ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 AVRIL 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. - Sur divers travaux de Peiresc. Note de M. G. BIGOURDAN.

J'ai pu récemment étudier certains manuscrits de Peiresc, ce qui me permet d'ajouter quelques détails à ceux que j'ai déjà donnés (') sur divers de ses travaux.

Observations astronomiques. — Nous possédons ce qui paraît être le Journal original de ses premières observations. Il se trouve dans le manuscrit nº 1803 de la bibliothèque de Carpentras (²), feuillets 187-223 et 241-244 et s'étend du 24 novembre 1610 au 21 juin 1612. Il est écrit à l'encre et rédigé en latin.

Peiresc y mentionne jusqu'à cinq lunettes différentes, mais il en emploie surtout trois, qu'il désigne par les abréviations B (Belgico), CL (Claro) et M (Maximo). Il y a aussi un perspicillo trilenti dont l'usage revient plusieurs fois.

Ces observations, faites à Aix jusqu'au 17 avril 1612 et à Paris à partir du 15 mai suivant, sont surtout des croquis avec notes donnant la position des satellites de Jupiter par rapport à la planète; les distances, assez rares, de ces satellites à Jupiter sont exprimées en diamètres de celui-ci. Ces

⁽¹⁾ Voir Comptes rendus, t. 161, 1915, p. 513 et 541.

⁽²⁾ La partie mathématique et astronomique des manuscrits de Peiresc formait principalement deux volumes intitulés Astronomica et dont l'un, le premier, ne se retrouve plus; l'autre est ce manuscrit 1803 de Cat₂ Mss. Carp. (t. 2, p. 443); dans Cat₁ Mss. Carp., il porte la cote P. XXXVI, 2^e vol. et celui qui manque était coté P. XXXVI, 1^{er} vol.

croquis sont répétés à diverses reprises dans la même soirée, parfois jusqu'à cinq fois. Les lunettes employées ne montraient qu'assez imparfaitement les satellites les plus faibles, du moins quand ils se trouvaient au voisinage immédiat de la planète; par suite on perdait assez souvent leurs passages devant le disque ou derrière, que Peiresc paraît avoir particulièrement cherché à déterminer.

Il observait aussi la Lune et les planètes. Pour la Lune il en donne des croquis, assez grossiers d'ailleurs, accompagnés de notes. Pour les planètes, son travail avait surtout en vue la découverte de satellites. D'assez nombreux croquis de Vénus montrent cette planète accompagnée symétriquement de deux images plus petites et lui ressemblant parfaitement; ce sont évidemment de fausses images, analogues à celles qui plus tard firent croire à l'existence d'un satellite de cette planète. Peiresc fait aussi quelques remarques sur la voie lactée, sur les étoiles, leurs couleurs...; et à cette époque il découvrit la nébuleuse d'Orion (¹).

Pour ce genre d'observations, il n'était pas nécessaire de connaître l'heure bien exactement; aussi Peiresc ne dit rien de ceux de ses instruments

propres à prendre hauteur.

Ce Journal montre qu'alors Peiresc observait avec la plus grande assiduité, ne laissant perdre aucune belle soirée, du moins quand Jupiter était visible. Il continua même ces observations à Paris durant un court séjour qu'il y fit en 1612 : ces dernières vont du 15 mai au 21 juin de cette année.

Peiresc avait souvent des collaborateurs comme Gantez (2), Jean Lombard, de Meaux, Dom. de S. Margareta, de Vaulbourges: celui-ci est signalé du 6 décembre 1610 au 5 janvier 1611. Des résultats obtenus par Joseph Gaultier sont aussi indiqués parfois; mais il semble que celui-ci observait généralement ailleurs.

Tables des satellites de Jupiter. — Le même manuscrit, n° 1803, renferme les Tables que Peiresc avait dressées des mouvements de ces satellites; et elles sont basées presque uniquement sur les observations faites à Aix.

⁽¹⁾ Voir p. 489 de ce Volume.

⁽²⁾ Les observations de Gantez vont du 21 mars au 20 mai 1611 (fos 180-181). Ce sont aussi des configurations des satellites de Jupiter et elles semblent indiquer un observateur peu expérimenté. Ce collaborateur devait appartenir à la famille de Gantès, sur divers membres de laquelle on trouve des détails biographiques dans Achard, Dictionnaire des hommes illustres de Provence. D'après son âge, il pourrait être Jacques de Gantès (1561-1631) qui « se rendit habile dans les sciences ». Peiresc P.-C., III, 88) dit qu'il lui avait des obligations et il sollicita pour son fils François (de Gantès (1593-1679) l'accès de l'Académie des frères Dupuy.

Comme tous ses contemporains, Peiresc suppose que les orbites sont des circonférences ayant Jupiter pour centre et sans inclinaison sensible sur l'écliptique, de sorte que les seuls éléments à déterminer sont la durée de révolution, le rayon de l'orbite et le moment d'un passage par ce que Peiresc appelle l'apogée, soit, en réalité, la plus courte distance à l'observateur.

Comme Galilée n'avait pas encore proposé les noms de ces satellites (¹), Peiresc, de son côté, s'occupa d'en choisir; mais il paraît avoir hésité assez longtemps (²), et ses Notes offrent les noms de Cosmus major, Cosmus minor, Ferdinandus, Franciscus, Maria, Catharina. Finalement il s'arrêta, d'après le manuscrit de ses Tables, à ceux que nous donnons dans le Tableau suivant, avec les noms proposés par Galilée; nous ajoutons les durées de révolution ainsi que les mouvements angulaires journaliers adoptés par Peiresc, comparés à ceux auxquels s'arrêta plus tard J.-D. Cassini (³).

Satellites.	Révolutions tropiques.	Mouvement angulaire diurne.		Noms.	
			JD. Cassini.	Peiresc.	Galilée.
I	1.18.27.33	202.58.43	203.29.24	Cosmus minor	Io
II	3.13.13.42	101.32.18	101.22.28	Cosmus major	Europe
III	7. 3.42.33	50.21.46	50.19.22	Maria	Ganymède
IV	16.16.32. 9	21.32.18	21.34.16	Catharina	Callisto

Voici les principaux Tableaux qui constituent ces Tables (4): chacun comprend quatre colonnes, une pour chaque satellite:

Radices seu Epochæ annorum.	
Radices vel Epochæ ad annos Grego)-
rianos sequentes completos.	
Radices mensium anni communis.	
Radices mensium anni bissextilis.	
the state of the s	

Epochæ dierum anni. Epochæ horarum et minutorum. Ou variation de l'anomalie moyenne pour 1, 2, ..., 10, 20, ... 100 ans.

Anomalie moyenne pour le commencement des années 1609, 1610, 1611 (celle-ci en blanc). Ou variation de l'anomalie moyenne pour janvier, février, ..., décembre.

Var. de l'anom. moyenne pour 1, 2, ..., 31 jours. Var. de l'anom. moy. pour 1, 2, 3, ..., 60 heures.

⁽¹⁾ Les dénominations à donner à ces satellites préoccupaient alors les divers astronomes. En effet, Simon Marius (Mundus Jovialis, p. B-1) proposait le nom collectif de Sidera Brandeburgica et discutait les noms individuels à choisir; il paraît rejeter ceux des filles de Jupiter (Io, Europa, etc.) pour préférer ceux de Mercurius Jovialis, Vénus Jovialis, Jupiter Jovialis et Saturnus Jovialis. Mais dans ses Tables il adopte les abréviations aujourd'hui employées: I, II, III, IV.

⁽²⁾ Au folio 297 du manuscrit 1803 il donne un aperçu des raisons qui lui ont fait donner à ces satellites des noms des membres principaux de la famille de Médicis.

⁽³⁾ Ephemerides Bononienses Mediceorum Syderum..., Bononiæ, 1668.

^(*) Le manuscrit 1803 renferme plusieurs copies de ces Tables; celles qui sont au o mmencement du Volume (fos 3...) paraissent être la copie au net.

Il est à noter que Peiresc, dans ces Tables, fait le signe égal, non à 30°, mais à 60°.

Peiresc avait rédigé aussi le texte relatif à chaque satellite. Voici le début de ce qui est relatif au sat. IV, appelé ici Cosmus minor (f. 25); on vient de voir qu'ailleurs il l'appelle Catharina:

Supremum omnium Jovis satellitum, eoque maxime nomine insignem, Cosmum dico minorem, maximus epicyclus circumdit, seu circulus externus qui reliquos omnes complectitur.

Minorem ideo nuncupavimus, quòd sit non solùm magnitudine multo inferior quàm Cosmus maior; sed ipsum sæpissime Ferdinandum vix æquare possit; quin etiam, plerumque multo minor, adeò exiguus sit, ut intuentis omnino visum effugiat, nisi enixa adhibeatur in observando perseverentia, præsertim, dum in stationibus orientali atque occidentali versatur.

Le troisième satellite, par sa révolution presque exactement égale à une semaine, excite particulièrement l'enthousiasme de Peiresc.

Le même manuscrit 1803 renferme (fos 285 et 286) deux dessins allégoriques finement exécutés à la plume et qui devaient très probablement figurer au frontispice des Tables: le premier, qui porte la date « Aix, 1611 », est indiqué comme fait par Chalette, qui était peintre officiel de la ville de Toulouse; le second paraît être de la même main. On peut voir la description de l'un et de l'autre de ces dessins dans Cat, Mss. Carp. et Cat₂ Mss. Carp., II, 444-445.

En somme, ces Tables indiquent chez leur auteur des connaissances astronomiques assez étendues, rehaussées par une modestie que traduit bien la phrase suivante (f° 289, v°) destinée sans doute à figurer dans l'Introduction:

Encore que ma profession semble fort eslognée de la cognoissance des Astres si ne doibt il pas nous estre deffendue tout a fait quelque considération d'iceux puisque la Nature Os hominum sublime dedit cœlunque tueri jussit.

Quant à la cause qui empêcha la publication de ces Tables, rien n'empêche d'accepter la raison habituellement donnée : la convenance de s'effacer devant Galilée.

Cela nous amène à dire un mot des relations de Peiresc avec Galilée, nouées à Padoue en 1602. Ils échangèrent peu de lettres, et c'est par leurs amis communs, surtout par Élie Diodati, qu'ils cultivaient leur liaison.

Lors de la détention de Galilée, Peiresc s'employa de son mieux en sa faveur, et c'est alors qu'il écrivit au neveu d'Urbain VIII, le cardinal Bar-

berini, deux lettres qui ont été publiées partiellement par Libri (1) avec la réponse du Cardinal, datée du 2 janvier 1635.

La correspondance de Peiresc présente d'ailleurs de nombreux passages fort intéressants pour ce qui touche à la condamnation de Galilée. Voir, par exemple, P.-C., III, 236; IV, 318, 354(2), 357, 390, 392, 393, 404; V, 406.

ASTRONOMIE. — Sur le calcul des ascensions droites et des déclinaisons des étoiles du Catalogue photographique. Note de MM. B. BAILLAUD et POURTEAU.

Préoccupés de réduire à des opérations tout à fait simples et rapides, susceptibles d'être effectuées par n'importe qui, sans instruction préalable, le calcul des ascensions droites et des déclinaisons, pour 1900,0, des étoiles du Catalogue photographique (zone de Paris), nous sommes parvenus à l'algorithme suivant :

Soient X_i , Y_i les coordonnées rectilignes publiées dans les Volumes de la première série du Catalogue; i_x , i_y les valeurs publiées des orientations : τ_x , τ_y les valeurs publiées des échelles, R_2 les termes du second ordre de la réfraction en déclinaison, termes qui sont négligeables dans la zone de Paris, et très petits pour les zones plus voisines de l'équateur. Les quatre quantités τ_x , τ_y , i_x , i_y sont constantes pour un même cliché.

Posant

$$\tau_x = (\tau_x) + \Delta \tau_x, \quad \tau_y = (\tau_y) + \Delta \tau_y, \quad \text{où} \quad (\tau_x) = (\tau_y) = 0,995,$$

on calculera d'abord pour toutes les étoiles les quantités E, H par les

⁽¹⁾ Analyse de LIFE OF GALILEO.... Vie de Galilée, insérée dans la biographie scientifique et littéraire de l'Italie, qui fait partie de l'Encyclopédie de cabinet, publiée sous la direction du docteur Lardner.... J. des Savants, 1840, pages 556-569 et 589-602; 1841, pages 157-171 et 203-223.

Les extraits des lettres de Peiresc au cardinal Barberini (5 déc. 1635 et 13 janv. 1636) sont pages 218-219 et 221-222 du J. des Savants de 1841, et la réponse du cardinal est pages 219-221. Ces documents utilisés par Libri sont dans le mss. 1810 de Carpentras.

⁽²⁾ On dit là que les opinions de Malapertius, de Clavius et de Scheiner ne s'éloignent guère de celle de Copernic.

formules

(1)
$$\Xi = X_1 + \frac{i_x}{(\tau_x)} Y_1, \quad H = Y_1 - \frac{i_y}{(\tau_y)} Y_1 + R_2.$$

Pratiquement $\frac{i_x}{(\tau_x)}$ et $\frac{i_y}{(\tau_y)}$ sont de très petites quantités n'ayant, le plus souvent, que trois chiffres significatifs, et ces premiers calculs auxquels suffit la Table de multiplication sont extrêmement rapides. Si $\frac{i_x}{\tau_x}$ avait quatre chiffres significatifs, l'emploi d'un arithmomètre donnerait très vite les résultats, le multiplicande étant invariable.

Posant

(2)
$$\begin{cases} \xi = \Xi \sin i', & \eta = H \sin i', \\ p = \xi \tau_x, & q = n\tau_y, \end{cases}$$

nous partons des formules bien connues suivantes (voir Trepieu, Introduction au Catalogue photographique d'Alger, pp. 1x et x)

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 + p \operatorname{s\acute{e}c} \delta_0 + pq \operatorname{tang} \delta_0 \operatorname{s\acute{e}c} \delta_0 + pq^2 \operatorname{tang}^2 \delta_0 \operatorname{s\acute{e}c} \delta_0 - \frac{1}{3} p^3 \operatorname{s\acute{e}c}^3 \delta_0 + (\mathbf{T}_4) \\ \delta = \delta_0 + q - \frac{1}{2} p^2 \operatorname{tang} \delta_0 - \frac{1}{2} p^2 q \operatorname{s\acute{e}c}^2 \delta_0 - \frac{1}{3} q^3 + (\mathbf{T}_4) \end{cases}$$

où α_0 et δ_0 désignent l'ascension droite et la déclinaison du centre du cliché.

Envisageant d'abord un cliché dit cliché moyen correspondant aux hypothèses suivantes: α_0 arbitraire, $\delta_0 = +24^\circ$, $\tau_x = (\tau_x)$, $\tau_y = (\tau_y)$, nous avons construit pour ce cliché des Tables qui, pour les valeurs de Ξ et H de minute en minute d'arc, donnent les valeurs de $\alpha - \alpha_0$ en millièmes de seconde de temps et celles de δ en centièmes de seconde d'arc, ainsi que leurs différences premières dans le sens des Ξ et dans le sens des H.

M. Pourteau qui a construit les Tables pour la zone 24° estime que le calcul des Tables pour une autre zone demanderait environ 200 heures. Une zone contenant de 60000 à 70000 étoiles, c'est environ 10 secondes pour chaque étoile. Nous considérons cette partie du travail comme négligeable.

Les nombres fournis par la Table des α ont été exprimés en secondes de temps; ceux donnés par la Table des δ l'ont été en secondes d'arc.

⁽¹⁾ Noter qu'une faute d'impression s'est glissée à la page x où l'on a écrit $-\frac{1}{2}q^3$, il faut $-\frac{1}{3}q^8$.

L'interpolation de ces Tables par simples parties proportionnelles est toujours légitime. Dans le sens des Ξ pour les α , dans le sens des H pour les δ , les différences ont quatre chiffres, mais les deux premiers, pour les α , sont toujours 4,3 et pour les δ les différences ne diffèrent que de 0",01,0",02 et 0",03 de 59",70. Les autres différences n'ont que deux figures.

Une fois les Tables du cliché moyen construites, les formules (3) par la simple application de la formule de Taylor donnent les formules pour le

calcul d'un cliché quelconque. Ces formules sont les suivantes :

$$(4) \begin{cases} \alpha = (\alpha) + \Delta \alpha_0 + \Xi \left[\Delta \tau_x \operatorname{s\acute{e}c} \delta_0 + \tau_x \Delta \delta'_0 \tan g \delta_0 \operatorname{s\acute{e}c} \delta_0 \sin \mathbf{I}' \right] \\ + \Xi \operatorname{H} \sin \mathbf{I}' \left[(\Delta \tau_x \cdot \tau_y + \Delta \tau_y \tau_x) \tan g \delta_0 \operatorname{s\acute{e}c} \delta_0 + \Delta \delta'_0 \tau_x \tau_y \operatorname{s\acute{e}c} \delta_0 (\mathbf{I} + 2 \tan g^2 \delta) \sin \mathbf{I}' \right] \\ \delta = (\delta) + \Delta \delta_0 + \operatorname{H} \Delta \tau_y - \Xi^2 \tau_x \sin \mathbf{I}' \left[\Delta \tau_x \tan g \delta_0 + \frac{1}{2} \Delta \delta'_0 \tau_x \operatorname{s\acute{e}c}^2 \delta_0 \sin \mathbf{I}' \right] \end{cases}$$

que nous écrivons

$$\alpha = (\alpha) + \Delta \alpha_0 + A\Xi + E\Xi H,$$

$$\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}) + \Delta \hat{\sigma}_0 + B'H + C'\Xi^2,$$

 $\Delta\alpha_0$, $\Delta\delta'_0$ sont les corrections des coordonnées du centre du cliché.

M. Pourteau a remarqué qu'on peut englober les termes $A\Xi$ et B'H dans les valeurs (α) , (δ) tirées du cliché moyen en ajoutant, pour α à l'argument Ξ , pour δ à l'argument H, respectivement les quantités $\frac{A}{\tau_x \sec \delta}$ et $\frac{B'}{\tau_y}$. Ces termes additionnels aux arguments donnent des nombres n'ayant que deux figures (4° ordre décimal). Cette transformation n'introduit dans es valeurs de α et dans celles de δ aucun terme nouveau du second ordre; d'autre part, les termes de second ordre ΞH et $C'\Xi^2$ sont le plus souvent moindres qu'une unité décimale du dernier ordre conservé.

Il résulte des examens minutieux auxquels s'est livré M. Pourteau que les quantités i_x , i_y n'ont pas tout à fait la même signification dans les Catalogues de Toulouse et de Paris. A Paris $\frac{i_x}{\tau_x}$, $\frac{i_y}{\tau_y}$ ont la même signification que i_x et i_y à Toulouse.

Nous donnons ci-dessous un exemple du calcul dans un cas plutôt un peu défavorable emprunté au cliché n° 287 dont l'ascension droite est 17^h28^m. On a

$$i_x = -0,006659$$
 $i_y = -0,006694$
 $\tau_x = 0',994809$ $\tau_y = 0',994869$
 $z_0 = 17^h 27^m 58^s, 29$ $\delta_0 = 24^\circ 0' 20'', 1$

d'où l'on tire, pour toute la zone 24°:

$$\frac{i_x}{\tau_x} = -0,00669, \qquad \frac{i_y}{\tau_y} = -0,00673,
\frac{A}{\tau_x \sec \delta} = -0,000149, \qquad \frac{B'}{\tau_y} = -0,000132,
\Delta \alpha_0 = -1^5,71 \qquad \Delta \delta_0 = +20'',1,
E = -0,000000013, C' = 0,00000047.$$

La transformation pour une étoile donne lieu aux transcriptions et calculs suivants :

suivants:				
	Numéro		Numéro	
	de l'étoile.		de l'étoile	
Transcription	X_1	- 65,2386	Yı	- 39,2458
Table de multiplication	$X_1 \frac{A}{\tau_{x \text{ sec } \delta}}$	+ 97	$Y_1 \frac{B'}{\tau_y}$	- 51
» ····	$Y_1 \frac{i_x}{\tau}$	_ 2626	$-X_1 \frac{i_y}{\tau}$	— 4390
Addition	Ξ	-65,4915	H	+38,8017
Différences suivant les E. +	4,376	Différences suiva	ntles H.	÷ 59,68
Différences suivant les H. +	37	Différences suiva	nt les Ξ.	- 51
Table des a +	4.44,535	Table des d		24.37.31,78
Arithmomètre		Arithmomètre		
)		» · .		- 20
EEH	A PARAMA O	C'E:		0
Δα,	1,710	Δδ		+ 20,10
$\alpha - \alpha_0 = \Sigma$ des cinq der-	made and	$\delta = \Sigma$ des cinq		
niers nombres. +				24.38.39,5
$\alpha = 17$.32.45,01			

ASTRONOMIE. — Sur un projet de modification de l'heure légale.

Note de M. Ch. Lallemand.

Avec l'intention, très louable assurément, d'améliorer l'hygiène sociale et de provoquer une économie dans les dépenses de l'éclairage public et privé, on a, depuis quelques années, en divers pays, proposé d'avancer systématiquement d'une heure les horloges pendant l'été.

Préconisée d'abord en Angleterre, la réforme serait, dit-on, déjà réalisée en Australie. En France, un projet dans ce but vient d'être déposé au

Parlement et il serait question d'appliquer la même mesure en Allemagne, en Autriche et en Italie.

Même dans les circonstances exceptionnelles du temps où nous vivons, les avantages de ce changement seraient-ils de nature à contre-balancer le trouble profond qu'il ne saurait manquer d'introduire dans la vie économique des populations?

C'est ce que je voudrais examiner brièvement.

I. Historique. — Je rappellerai tout d'abord quelques principes essentiels, un peu trop oubliés, semble-t-il, par les promoteurs de la réforme.

La mesure du temps n'est pas chose arbitraire et conventionnelle. Elle répond au contraire à des besoins précis et obéit à des règles séculaires, éminemment respectables.

Tous les actes physiques de notre existence, en effet, comme d'ailleurs ceux de tous les êtres organisés, sont gouvernés par le soleil, dont la marche apparente dans le ciel détermine le cours des saisons, la succession des jours et des nuits, l'alternance de la lumière, propice au travail, et de l'obscurité, favorable au repos.

Le soleil constitue la grande horloge de l'univers et les heures de *midi* et de *minuit* ne sauraient, sans inconvénients, perdre leur sens classique et cesser de représenter, au moins à peu près, les milieux respectifs du jour et de la nuit.

Jusque vers la fin du XVIII^e siècle, cette condition primordiale resta partout remplie. On ne connaissait que ce que les astronomes appellent aujourd'hui le *temps vrai*. Chaque jour, à Paris, les horloges étaient remises à l'heure, à *midi vrai*, lorsque le canon du Palais Royal annonçait l'arrivée du soleil au sommet de sa course diurne.

Mais la forme elliptique de l'orbite solaire et son inclinaison sur l'équateur font que l'intervalle entre deux passages consécutifs du soleil au méridien supérieur, autrement dit le jour vrai, varie avec les saisons.

Cette variation toutefois étant incompatible avec la marche régulière des horloges, un jour vint où, dans la mesure du temps, on prit le parti de remplacer le jour vrai par la moyenne idéale de ses diverses valeurs au cours de l'année.

A partir de 1816, à Paris, on régla les pendules sur ce jour moyen. De là naquit, entre le midi vrai et le midi nominal, un premier écart pouvant, à certains jours de l'année, atteindre un quart d'heure, soit d'avance, soit de retard. L'entorse donnée au principe était de peu d'importance; néanmoins l'attachement de la population ouvrière pour le midi vrai paraissait tel que, craignant une émeute, le préfet de l'époque, avant d'effectuer la réforme, voulut se couvrir par un rapport du Bureau des Longitudes.

Ce n'est pas tout. En raison même du mouvement diurne apparent de la voûte céleste, l'instant du midi vrai, et à sa suite celui du midi moyen, changent avec le méridien du lieu, à raison de 4 minutes de différence par degré d'écart en longitude.

Sans grands inconvénients pour la vie locale, cette seconde variation en fit, au contraire, apparaître d'intolérables pour la vie nationale, dès que les chemins de fer et le télégraphe eurent établi des communications rapides entre les divers points du territoire. Pour ces relations, une heure unique s'imposait. On choisit, en France, l'heure de Paris, qui retarde de 20 minutes sur l'heure locale de Nice et avance au contraire de 27 minutes sur celle de Brest.

Si l'on ajoute à ces chiffres la différence maxima d'un quart d'heure pouvant exister entre le midi vrai et le midi moyen, on voit que, tout au moins dans l'étendue de la France continentale, l'écart entre l'heure de Paris et l'heure locale vraie peut atteindre jusqu'à environ trois quarts d'heure.

Pendant longtemps, cet écart fut jugé beaucoup trop grand pour permettre la suppression de l'heure locale dans la vie civile et son remplacement pur et simple par l'heure nationale. On se résigna donc à garder côte à côte les deux sortes d'heures.

C'est le régime qui existe encore en Russie, où l'heure locale est partout indiquée à côté de l'heure de Petrograd, d'après laquelle sont établis les horaires des chemins de fer. L'écart entre les deux heures atteint, il est vrai, 1 heure 30 minutes à Kasan et 1 heure 40 minutes à Orenbourg et à Perm.

En 1891 seulement, on osa, chez nous, toutefois non sans hésitation, adopter,

comme heure légale unique, l'heure de Paris.

Mais l'adoption des heures nationales n'avait pas supprimé toutes les difficultés; celles-ci reparaissaient tout entières dès qu'on franchissait les frontières d'un pays. La solution radicale eût évidemment consisté dans l'emploi d'une heure unique pour le globe entier, celle du méridien choisi comme origine des longitudes; mais, cette fois, f'écart devenant excessif, sauf dans le voisinage du méridien initial, le maintien simultané de l'heure locale à côté de l'heure universelle se fût absolument imposé.

Pour éviter cette gênante dualité d'heures, on recourut à une solution transactionnelle, connue sous le nom de système des fuseaux horaires, parce que le globe y est divisé en 24 fuseaux méridiens, dont chacun mesure 15° d'étendue en longitude et possède une heure unique, celle du méridien central. Le premier de ces fuseaux a pour axe le méridien de Greenwich et chaque pays adopte, comme heure légale, celle du fuseau auquel se rattache la majeure partie de son territoire.

L'Europe comprend ainsi trois fuseaux contigus, auxquels correspondent trois heures distinctes, respectivement dénommées : Heure de l'Europe occidentale, Heure de l'Europe centrale, Heure de l'Europe orientale.

Par la loi du 10 mars 1911, la France a donné son adhésion à ce système et adopté l'heure de l'Europe occidentale, qui retarde de 9 minutes 21 secondes sur celle de Paris.

Les écarts maxima entre l'heure légale et l'heure vraie peuvent dès lors, aujourd'hui, dans les circonstances les plus défavorables, atteindre respectivement 32 minutes d'avance à Brest et 45 minutes de retard à Nice.

Lors de la discussion de la loi, l'élévation de ces chiffres avait soulevé d'assez vives objections de la part d'un défenseur de l'heure vraie. Le projet fut néanmoins adopté. Mais la limite des écarts tolérables paraît atteinte. On ne saurait aller plus loin.

Déjà, en 1909, pour avoir une heure légale moins différente de l'heure vraie, la Hollande, dont les chemins de fer, à cette époque, étaient réglés sur l'heure de l'Europe occidentale, est revenue à l'heure d'Amsterdam, qui en diffère de 20 minutes.

De même pour certains pays, comme les îles Guam, Havaï et Samoa, ou l'Australie méridionale et l'Uganda, on a divisé en deux la largeur des fuseaux correspondants, de manière à obtenir une heure moyenne intermédiaire, moins éloignée du temps vrai.

II. Le nouveau projet. - Cela étant, il y a environ neuf ans, une cam-

pagne prit naissance, dans la Grande-Bretagne, en faveur d'un projet désigné sous le nom de « Day Light Saving Bill » (Loi tendant à une meilleure utilisation de la lumière du jour), dont le but était de restreindre, en été, les dépenses d'éclairage artificiel, en avançant systématiquement d'une heure toutes les horloges, durant la période de six mois qui s'étend d'avril à septembre.

L'heure normale aurait été rétablie pendant le reste de l'année.

Au Sénat français, l'existence de ce projet avait été évoquée pour empêcher l'introduction, en France, de l'heure de Greenwich au moment où, disait-on, l'Angleterre était sur le point de l'abandonner, tout au moins durant la moitié de l'année, pour adopter l'heure allemande.

En qualité de Commissaire du Gouvernement, j'ai pu répondre que, d'après des renseignements obtenus de la source la plus autorisée, par l'intermédiaire de Sir David Gill, ancien directeur de l'Observatoire du Cap et Correspondant de notre Académie, la proposition dont il s'agit rencontrait l'opposition formelle du *Post-Office* et n'avait « aucune chance d'être accueillie ».

C'est ce projet, repoussé chez nos voisins, qu'on dit avoir été repris par l'Australie et même par le Canada. Il serait intéressant de savoir depuis quand, dans quelles conditions et avec quels résultats.

III. Inconvénients de la réforme. — En tous cas, si elle était adoptée en France, la mesure en question aurait bien l'avantage de remplacer à Nice, par une avance de 15 minutes, le retard maximum actuel, de 45 minutes, de l'heure légale sur le temps vrai; mais, en revanche, à Brest, l'avance la plus forte, aujourd'hui de 32 minutes, serait portée à 1 heure 32 minutes, chiffre tout à fait excessif, qui créerait une différence de plus de 3 heures entre les deux fractions, théoriquement égales, du jour et de la nuit, respectivement séparées par l'heure de midi et par celle de minuit.

A 13h32m des horloges, il serait en réalité midi seulement.

Appliquée en Allemagne, cette même mesure, à certains jours, ferait coter, à Metz, 13^h 50^m l'instant du midi vrai et l'on y pourrait alors, sans crainte du ridicule, « chercher midi à 14 heures ».

D'autre part, on serait, malgré tout, obligé de garder l'heure normale pour les besoins de la Science et de la Navigation, comme pour les relations internationales ferroviaires et télégraphiques.

Les publications du Bureau des Longitudes, par exemple, devraient continuer à fournir, en temps de Greenwich, les heures des phénomènes

astronomiques, tels que les marées, le lever et le coucher des astres, les éclipses, etc.. On retrouverait ainsi, dans nombre de cas et pendant six mois de l'année, cette dualité d'heures, si gênante, source de perpétuelles confusions, que, par ailleurs, on a eu tant de peine à faire disparaître.

IV. Prétendus avantages de la réforme. — Voyons maintenant quelles économies d'éclairage pourraient être espérées de la réforme.

Tout d'abord, il faut mettre hors de cause les habitants des campagnes et des petites villes, dont les habitudes sont étroitement régies par le soleil et qui d'ordinaire se couchent dès qu'ils n'y voient plus clair, ou très peu de temps après. Pour cette fraction qui, chez nous, représente plus des quatre cinquièmes de la population totale du pays, le bénéfice réalisé serait tout à fait insignifiant.

Pour les usines à feu continu et pour les établissements où le travail se poursuit nuit et jour, la question ne se pose pas davantage, non plus que pour les nombreux magasins, bureaux et ateliers qui, durant l'été, se ferment normalement avant la tombée de la nuit.

Dans les lycées, collèges et casernes, d'autre part, où l'habitude est depuis longtemps prise d'avancer d'une heure, en été, l'instant du lever, la réforme serait également sans profit appréciable, si l'on avançait en même temps l'heure du coucher.

La question ne se pose guère non plus, dans les villes, pour l'éclairage public, dont l'ouverture et l'extinction sont réglées d'après les instants réels du coucher et du lever du soleil, ou sur la présence de la lune au-dessus de l'horizon, c'est-à-dire sur des phénomènes naturels, soustraits aux caprices des horloges. Au lendemain de la réforme, pour n'avoir pas à payer une heure supplémentaire d'éclairage inutile, il faudrait même retarder d'autant les horaires d'allumage des réverbères.

Dira-t-on que, en tous cas, l'extinction partielle aurait lieu une heure plus tôt? L'économie, de ce chef, serait assez faible si elle portait sur un éclairage déjà réduit au minimum, comme c'est actuellement le cas à Paris, depuis la visite des Zeppelins.

Si malgré tout, cependant, le bénéfice paraissait devoir être appréciable, qui pourrait empêcher les municipalités de le réaliser d'elles-mêmes, dès aujourd'hui, en avançant d'une heure l'extinction partielle des lampes, sans qu'il fût, pour cela, besoin de fausser l'heure?

Restent les cafés, restaurants, théâtres, concerts, cinémas, qui, dit-on, fermeraient en fait une heure plus tôt. Mais ce résultat ne peut-il être obtenu plus facilement au moyen d'une simple ordonnance de police?

Si d'ailleurs on attachait tant de prix à l'économie dont on parle, aurait-on, comme on l'a fait il y a quelques mois, à Paris, retardé d'une heure la fermeture des lieux publics et celle des gares du Métropolitain?

Est-on bien sûr, d'autre part, qu'au lendemain du vote de la loi, les intéressés, soi-disant lésés dans leur commerce, n'obtiendraient pas des autorités une nouvelle prolongation d'une heure, qui rétablirait à leur égard le statu quo ante?

Quant aux noctambules, qu'on se flatte de ramener à une meilleure hygiène, en les incitant, sans qu'ils s'en aperçoivent, à se lever et à se coucher plus tôt, ne se fait-on pas, à leur sujet, de grandes illusions et n'est-il pas à craindre qu'ils ne retombent rapidement dans leurs fâcheuses habitudes? Essayer de les guérir, en donnant un subreptice coup de pouce à leur pendule, n'est-ce pas un peu comme si l'on voulait combattre l'alcoolisme en diminuant la capacité légale du litre, avec l'espoir de réduire, dans la même proportion, les quantités de liquide absorbé?

Aurait-on l'idée d'abaisser de plusieurs degrés le zéro des thermomètres pour suggérer, en hiver, à ceux qui les consultent, l'impression d'un moindre froid et provoquer ainsi des économies de chauffage?

Pour montrer que, somme toute, la concordance entre l'heure nominale et l'heure vraie importe assez peu dans la pratique, on a prétendu que les habitudes du public sont uniquement réglées par les horloges, abstraction faite de la relation de celles-ci avec le soleil. Si la chose était vraie et si l'on consultait toujours sa montre avant de se mettre à table, comment expliquer que, par exemple, l'heure du déjeuner, à Paris, ait constamment reculé depuis un demi-siècle, en passant de 11h, en 1860, à 13h aujourd'hui?

Pour prouver que la brusque avance de l'heure, au printemps, et son recul non moins brusque à l'automne seraient aisément acceptés du public, on invoque la facilité avec laquelle s'opère le saut d'une heure pour les voyageurs qui viennent à changer de fuseau horaire. La comparaison n'est pas probante. Dans ce dernier cas, en effet, l'erreur du midi légal change de sens, mais garde à peu près la même valeur absolue, ce qui seul importe.

En dénaturant, sans raisons graves, l'heure et en lui enlevant sa principale raison d'être, qui est de marquer la position du soleil dans le ciel, la réforme dont il s'agit n'offrirait, semble-t-il, que des avantages illusoires ou minimes, en retour d'inconvénients notables et certains.

La mesure des grandeurs physiques et la recherche des progrès sociaux relèvent de deux domaines, qu'il y a peut-être intérêt à maintenir distincts. En tous cas, à vouloir faire fléchir les principes pour couvrir les défail-

lances de la volonté, il y aurait sans doute plus à perdre qu'à gagner. Bref, l'opinion à mon avis, devrait se prononcer contre le changement en question, ou tout au moins réclamer, auparavant, une sérieuse enquête près des Administrations et des Corps publics intéressés.

ÉLECTRICITÉ. — Le problème général de l'Électrodynamique pour un système de corps conducteurs immobiles. Note de M. Pierre Dunem.

1. Dans une Note précédente, nous avons obtenu certains théorèmes généraux sur le mouvement électrique que peut présenter un système exclusivement formé de diélectriques; nous nous proposons d'étendre ces théorèmes au cas où les corps du système sont également doués de conductibilité et sont, en outre, magnétiques; dans ce cas, la résistance spécifique ou résistivité sera représentée par p.

Nous continuerons à exprimer les trois composantes ξ , η , ζ du champ électrique total par trois équations dont voici la première :

(1)
$$\ddot{\xi} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y}$$

Les fonctions Φ , P, Q, R sont soumises à des conditions que nous allons écrire; dans ce but, nous poserons

(2)
$$\Psi = \frac{1}{\rho} \Phi + K \frac{\partial \Phi}{\partial T},$$

(3)
$$\mathcal{Q} = \frac{1}{\rho} P + K \frac{\partial P}{\partial t}, \qquad \mathcal{Q} = \frac{1}{\rho} Q + K \frac{\partial Q}{\partial t}, \qquad \mathcal{R} = \frac{1}{\rho} R + K \frac{\partial R}{\partial t}.$$

En tout point d'un des corps homogènes qui composent le système, la fonction Φ vérifie l'équation

(4)
$$\Delta \frac{\partial \Phi}{\partial t} + 4\pi \epsilon \Delta \Psi - 2\pi \alpha^2 k \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0.$$

Les fonctions P, Q, R vérifient la relation

(5)
$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial z} = \mathbf{0}$$

et trois équations dont la première,

(6)
$${}^{\circ} \Delta P - 2\pi a^2 \mu \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} = 0,$$

peut aussi s'écrire, en vertu de la relation (5),

(7),
$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial z} \right) - 2\pi a^2 \mu \frac{\partial^2 \mathbf{Q}}{\partial t} = 0.$$

2. Si l'on désigne par W la fonction potentielle électrostatique, M. Louis Roy a démontré (†) qu'on avait

(8)
$$\frac{\partial^3 \mathbf{W}}{\partial t^3} = -4\pi \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2},$$

en sorte que, à la surface de contact de deux corps différents, $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$ n'éprouve aucune variation brusque.

Soient 1 et 2 deux corps qui se touchent le long de la surface S_{12} ; en un point de cette surface, soient n_1 , n_2 les deux demi-normales vers l'intérieur des corps 1 et 2; dans le corps 1, la composante suivant n_1 du champ électrique total est \mathcal{K}_1 ; suivant n_2 , elle est \mathcal{K}_2 dans le corps 2. Grâce à la continuité du champ électrodynamique, on a simplement

(9)
$$\Im \mathfrak{T}_1 + \Im \mathfrak{T}_2 + \varepsilon \left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial n_1} + \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial n_2} \right) = 0.$$

En vertu de l'égalité (8), cette égalité donne

$$(10) \qquad \frac{\partial^3 \mathfrak{N}_1}{\partial t^3} + \frac{\partial^3 \mathfrak{N}_2}{\partial t^3} - 4\pi \varepsilon \left(\frac{\partial}{\partial n_1} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial n_2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right) = 0.$$

Si nous désignons par L, M, N les trois composantes du champ magnétique, nous avons toujours

$$(11) \qquad \Delta P = -\frac{\mu a}{\varepsilon \sqrt{2}} \frac{\partial L}{\partial t}, \qquad \Delta Q = -\frac{\mu a}{\varepsilon \sqrt{2}} \frac{\partial M}{\partial t}, \qquad \Delta R = -\frac{\mu a}{\varepsilon \sqrt{2}} \frac{\partial N}{\partial t}.$$

Les égalités (6) nous donnent alors

$$(12) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = -4\pi\varepsilon \frac{a}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}, \qquad \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial t} = -4\pi\varepsilon \frac{a}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}, \qquad \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t} = -4\pi\varepsilon \frac{a}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial t}.$$

3. Multiplions l'égalité (4) par $-\frac{\partial \Psi}{\partial t} d\varpi$, $d\varpi$ étant un élément du volume occupé par un des corps homogènes du système; multiplions par

⁽¹⁾ Louis Roy, Sur l'Électrodynamique des milieux absorbants (Comptes rendus, t. 162, 1916, p. 469).

 $\frac{\partial \Psi}{\partial t} d\omega$ l'identité

(13)
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial z \partial t} - \frac{\partial^2 R}{\partial y \partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 P}{\partial z \partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial y \partial t} - \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial t} \right) = 0.$$

Multiplions respectivement par $\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} d\varpi$, $\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} d\varpi$, $\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} d\varpi$ les trois identités

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial t} = 0, \dots$$

Enfin différentions les équations (7) par rapport à t, puis multiplions respectivement par $-\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}d\varpi$, $-\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}d\varpi$, $-\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}d\varpi$.

Pour le volume entier du corps homogène considéré, intégrons tous les produits obtenus; transformons chacune des intégrales à l'aide d'une intégration par parties; ajoutons membre à membre tous les résultats. Nous trouvons l'égalité

(15)
$$\int G d\varpi + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int J d\varpi - \int H dS = 0,$$

dans laquelle on a posé

(16)
$$G = \frac{1}{\rho} \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)^2 \right],$$

(17)
$$\mathbf{J} = 4\pi\varepsilon \left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z} \right)^2 \right] + \mathbf{K} \left[\left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)^2 \right] \\ + 2\pi a^2 k \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2 + 2\pi a^2 \mu \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} \right)^2 \right],$$

(18)
$$\mathbf{H} = \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} - 4\pi\varepsilon \frac{\partial \Psi}{\partial t}\right) \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \xi}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \xi}{\partial t}\right) \frac{\partial \mathcal{F$$

4. Supposons, d'abord, que le système soit formé d'un seul corps.

Imaginons qu'en tout point de la surface S qui limite ce corps et à tout instant, on connaisse :

Soit les trois composantes ξ , η , ζ du champ électrique total et la composante normale — $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$ du champ longitudinal;

Soit les quatre fonctions Φ , P, Q, R ou, simplement, leurs dérivées par rapport à t.

Lorsqu'on y joindra les valeurs prises, à l'instant initial et en tout point

du corps, par les données initiales

(19)
$$\begin{cases} \Phi, \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \\ P, \frac{\partial P}{\partial t}, Q, \frac{\partial Q}{\partial T}, R, \frac{\partial R}{\partial t}, \end{cases}$$

le mouvement électrique sera, sur le corps considéré, déterminé sans aucune ambiguïté.

Cette proposition se déduit sans peine, et par des procédés connus, de l'égalité (15).

5. Nous nous proposons maintenant d'étudier un système formé de plusieurs corps homogènes. Dans ce but, nous reprendrons les calculs précédents, mais en remplaçant chaque égalité et chaque multiplicateur par sa dérivée par rapport à t.

Alors, pour chacun des corps homogènes qui constituent le système, nous obtiendrons une égalité telle que

(20)
$$\int g d\varpi + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int j d\varpi - \int h dS - \int u dS = 0.$$

avec

$$(21) \quad g = \frac{1}{\rho} \left[\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \gamma_1}{\partial t^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \right)^2 \right],$$

$$(22) \quad j = 4\pi\varepsilon \left[\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z \partial t} \right)^2 \right] + K \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \right)^2 \right]$$

$$+ 2\pi\alpha^2 k \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial s^2} \right)^2 + 2\pi\alpha^2 \mu \left[\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \right)^2 \right],$$

(23)
$$h = \left(\frac{\partial^2 \partial \zeta}{\partial t^2} - 4\pi\varepsilon \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial \Psi}{\partial t}\right) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$
,

$$(24) \quad u = A \frac{\partial^2 \mathcal{Q}}{\partial t^2} + Vb \frac{\partial^2 \mathcal{Q}}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial^2 \mathcal{R}}{\partial t^2}$$
$$= \alpha \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2}.$$

Dans l'expression de u, on a posé

$$(25) \quad A_0 \equiv \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} c - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} b, \qquad \text{Nb} \equiv \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} a - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} c, \qquad \mathcal{Z} \equiv \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} b - \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} a,$$

(26)
$$\alpha = \frac{\partial^2 \Re}{\partial t^2} b - \frac{\partial^2 \Im}{\partial t^2} c$$
, $\beta = \frac{\partial^2 \Im}{\partial t^2} c - \frac{\partial^2 \Im}{\partial t^2} a$, $\gamma = \frac{\partial^2 \Im}{\partial t^2} a - \frac{\partial^2 \Im}{\partial t^2} b$.

C. R., 1916, 1et Semestre. (T. 162, No 15.)

Pour chacun des corps du système, écrivons une égalité telle que (20), et ajoutons toutes ces égalités membre à membre.

En vertu des égalités (12), sur le plan tangent à la surface S_{12} qui sépare deux corps distincts 1 et 2, la grandeur $\left(\frac{\partial^2 \mathfrak{D}}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 \mathfrak{D}}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 \mathfrak{D}}{\partial t^2}\right)$ a une projection qui varie d'une manière continue lorsqu'on traverse la surface S_{12} ; on en conclut sans peine qu'à cette traversée, chacune des quantités α , β , γ change de signe sans changer de valeur absolue.

La projection sur le plan tangent à la surface S_{12} de la grandeur $\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2}\right)$ varie également d'une manière continue à la traversée de cette surface; on trouve donc sans peine

$$u_1 + u_2 = \left(\frac{\partial^2 \Im \zeta_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \Im \zeta_2}{\partial t^2}\right) (\alpha_1 a_1 + \beta_1 b_1 + \gamma_1 c_1) = 0.$$

Mais, en vertu des égalités (26), la grandeur $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ est perpendiculaire au plan mené par la grandeur $(\mathfrak{A}_i, \mathfrak{A}_i)$ et par la normale n_i à la surface $S_{i,2}$; $(\alpha a_i + \beta b_i + \gamma c_i)$ est donc nul et l'on a

$$(27) u_1 + u_2 = 0.$$

En vertu de l'égalité (8), comme l'a remarqué M. Louis Roy, $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$ n'éprouve aucune discontinuité en traversant la surface S_{12} ; enfin, en vertu de l'égalité (10), on a

(28)
$$\frac{\partial^2 \Im \zeta_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \Im \zeta_2}{\partial t^2} - 4\pi \varepsilon \left(\frac{\partial}{\partial n_1} \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial n_2} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right) = f_{12},$$

 f_{12} étant une quantité indépendante de t. On a donc l'égalité suivante :

(29)
$$\int g_1 d\overline{\omega}_1 + \int g_2 d\overline{\omega}_2 + \ldots + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\int j_1 d\overline{\omega}_1 + \int j_2 d\overline{\omega}_2 + \ldots \right)$$

$$= \int f_{12} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} dS_{12} + \ldots + \int h d\Sigma,$$

Σ étant la surface qui entoure le système.

Supposons qu'en tout point de la surface Σ qui entoure le système, et à tout instant, on connaisse les valeurs de la fonction potentielle électrostatique W et des trois composantes L, M, N du champ magnétique; en vertu des égalités (8) et (12), ce sera connaître $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$, $\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t}$, $\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t}$, $\frac{\partial \mathcal{R}}{\partial t}$. Dès lors, l'équation (29) nous permet de démontrer que, si l'on connaît les données initiales (19), le mouvement électrique est, sur le système, déterminé sans aucune ambiguïté.

6. On en peut tirer encore une autre conclusion :

Supposons que la fonction potentielle électrostatique W et les trois composantes L, M, N du champ magnétique soient, en tout point de la surface Σ qui borne le système, maintenues invariables. En vertu des égalités (8) et (12), on aura, en tout point de cette surface et à tout instant,

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0, \qquad \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial t} = 0,$$

partant

$$h = 0$$
.

L'égalité (29) pourra s'écrire

(30)
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \int j_1 d\mathbf{w}_1 + \frac{1}{2} \int j_2 d\mathbf{w}_2 + \dots - \int f_{12} \frac{\partial \Psi}{\partial t} dS_{12} \right)$$
$$= - \int g_1 d\mathbf{w}_1 - \int g_2 d\mathbf{w}_2 - \dots$$

Le système peut-il repasser périodiquement par le même état? Au bout d'une période, la quantité entre parenthèses, au premier membre de l'égalité (30), reprendrait la même valeur qu'au début de cette période; le second membre ne peut être que négatif ou nul; on voit qu'il lui faudrait être constamment nul. Il faudrait pour cela qu'en tout corps dont la résistance spécifique p n'est pas infinie, on eût sans cesse

$$\frac{\partial \ddot{\xi}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0.$$

Les seules oscillations périodiques propres que puisse présenter un système contenant des corps conducteurs laissent une grandeur et une direction invariables au champ électrique total en tout point des corps qui ne sont pas de purs diélectriques. Les oscillations électriques proprement dites affectent donc seulement les diélectriques dénués de toute conductibilité.

7. De la proposition démontrée au n° 5, on passe aisément à la suivante :

Si, en tout point de la surface qui borne le système et à tout instant, on connaît la fonction potentielle électrostatique W et les trois fonctions totales de Helmholtz, \mathcal{F} , \mathcal{G} , \mathcal{H} ; si, à l'instant initial, on connaît en tout point du système, W, $\frac{\partial W}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$, \mathcal{F} , \mathcal{G} , \mathcal{H} , $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t}$, $\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t}$, $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}$, les quatre fonctions W, \mathcal{F} , \mathcal{G} , \mathcal{H} sont, sans ambiguïté, déterminées en tout point et à tout instant.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — Sur les réseaux plans qui sont à la fois projection orthogonale d'un réseau O et projection orthogonale d'un réseau G. Note de M. C. Guichard.

Un réseau O est un réseau formé par les lignes de courbure d'une surface; un réseau G est formé d'une série de géodésiques d'une surface et de leurs trajectoires conjuguées. Soit alors dans un plan, que je suppose horizontal, m un point qui décrit un réseau, tel que sur la verticale de m il y ait un point M qui décrit un réseau O et un point G qui décrit un réseau G. Soient x_1, x_2 les coordonnées de m, y_4 et z_4 les cotes de M et G. La surface G est une surface des centres (je suppose que ce soit la première) d'une surface M_4 ; soit iz_2 le rayon de courbure correspondant. On aura d'abord

(1)
$$dx_1^2 + dx_2^2 + dy_4^2 = h^2 du^2 + l^2 dv^2;$$

 x_1, x_2, y_1 sont solution de l'équation

(2)
$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} = \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial v} \frac{\partial \theta}{\partial u} + \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial u} \frac{\partial \theta}{\partial v}.$$

D'après les propriétés connues de la surface des centres, x_1, x_2, z_4, z_2 sont solutions d'une même équation de Laplace; cette équation sera l'équation (2) puisqu'elle doit admettre les solutions x_1 et x_2 ; et l'on aura en outre

(3)
$$dx_1^2 + dx_2^2 + dz_1^2 + dz_2^2 = l^2 V^2 dv^2,$$

V étant une fonction de v seul. Des équations (1) et (3) on déduit

(4)
$$dz_1^2 + dz_2^2 - dy_1^2 = -h^2 du^2 + l^2 (V^2 - 1) dv^2.$$

On voit que le point $n(z_1, z_2)$ décrit un réseau plan qui est la projection orthogonale d'un réseau O décrit par le point $N(z_1, z_2, iy_1)$ et d'un réseau G décrit par le point $H(z_1, z_2, x_1)$, le rayon de courbure correspondant étant ix_2 . On voit que chaque solution du problème permet d'en former immédiatement une autre. L'étude des surfaces (M) et (N) permettrait d'arriver à l'équation du problème. Mais il est plus simple d'opérer de la façon suivante : le réseau m est 2 O; la première tangente mr de ce réseau est la projection de la normale à la surface M_1 ; la congruence mr est donc 3 I; il en résulte qu'il y a sur mr un point p qui décrit un réseau O; la deuxième tangente de p décrit une congruence harmonique à m, congruence

qui est 2C; d'après la loi d'orthogonalité des éléments, la congruence décrite par la première tangente de p est 4I. Soient alors $\cos \varphi$, $\sin \varphi$ les cosinus directeurs de cette première tangente, $i\beta_1$, $i\beta_2$, $i\beta_3$ les coordonnées complémentaires qui rendent cette congruence 4I, on aura

$$\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1;$$

de plus, β₁, β₂, β₃, sin φ, cos φ sont les solutions d'une équation de Laplace

(5)
$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} = \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial v} \frac{\partial \theta}{\partial u} + \frac{1}{L} \frac{\partial L}{\partial u} \frac{\partial \theta}{\partial v} + R \theta.$$

En appliquant le critérium qui exprime que le premier foyer d'une congruence est un réseau O, on trouve que le coefficient de $\frac{\partial \theta}{\partial u}$ doit être nul. L'équation (5) est donc

(6)
$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} = \frac{\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u \partial v}}{\frac{\partial \varphi}{\partial v}} \frac{\partial \theta}{\partial u} - \frac{\partial \varphi}{\partial u} \frac{\partial \varphi}{\partial v} \theta;$$

 β_1 , β_2 , β_3 seront les cosinus directeurs de la première tangente d'un réseau O. Ce réseau est associé au réseau plan (p), mais nous sommes dans le cas où la fonction U se réduit à une constante (†). Soit alors

$$\Delta = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{bmatrix}$$

le déterminant orthogonal correspondant à ce réseau O. Nous représenterons les rotations par

$$\mathbf{A} = a\omega, \qquad m = -\frac{\omega}{V} \frac{\partial \varphi}{\partial u},$$

 $\mathbf{B} = bV, \qquad n = -\frac{V}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial v}.$

ω étant une constante, V une fonction de ø seul. On devra avoir

(7)
$$\frac{\partial a}{\partial v} = -b \frac{\partial \varphi}{\partial u}, \qquad \frac{\partial b}{\partial u} = a \frac{\partial \varphi}{\partial v},$$

(8)
$$ab + \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{V^2}\right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u \partial v} + \frac{V'}{V^3} \frac{\partial \varphi}{\partial u} = 0.$$

⁽¹⁾ Voir mon Mémoire Sur les systèmes cycliques et les systèmes orthogonaux (Ann. Éc. Norm., 1905, p. 250).

Si l'on pose

$$V_1 = \frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{V^2},$$

et si l'on multiplie le premier membre de l'équation (8) par $2\frac{\partial\varphi}{\partial u}$, on aura, en tenant compte des équations (7),

$$-2a\frac{\partial u}{\partial v} + 2V_{1}\frac{\partial^{2}\varphi}{\partial u}\frac{\partial\varphi}{\partial u} + V_{1}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^{2} = 0$$
ou
$$\frac{\partial}{\partial v}(a^{2}) = \frac{\partial}{\partial v}\left[V_{1}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^{2}\right],$$
et, en intégrant,
$$a^{2} = V_{1}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^{2} + U,$$

U étant une fonction de u; le cas où U est nul ne donne rien d'intéressant pour le problème posé; si U n'est pas nul, on peut le réduire à l'unité par un choix convenable de la variable u. On aura donc

(9)
$$a^2 = V_1 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)^2 + 1.$$

En portant cette valeur de a dans la première des équations (7), on aura l'expression de b; en écrivant que la seconde de ces équations est satisfaite on trouve pour φ une équation du troisième ordre; c'est l'équation du problème. Quand on connaît le déterminant Δ on peut facilement former les surfaces (M); voici le résultat auquel on arrive. On forme une combinaison linéaire isotrope de β_1 , β_2 , β_3 ; prenons, par exemple, la combinaison

$$\chi = \beta_2 + i\beta_3.$$

La sphère S qui a pour centre le point dont les coordonnées sont

$$\frac{\cos\phi}{\theta}$$
, $\frac{\sin\phi}{\theta}$, o,

et pour rayon $\frac{\beta_1}{\theta}$ enveloppe une surface M (et aussi sa symétrique par rapport au plan horizontal). Toutes les surfaces qui ont même représentation sphérique de leurs lignes de courbure que cette surface possèdent aussi la propriété indiquée. Le problème, on le voit, est assez compliqué, mais on en connaît un très grand nombre de solutions particulières, je vais en indiquer quelques-unes.

- 1. Si V, est une constante le problème se réduit au second ordre; la question revient, en somme, à la recherche des surfaces à courbure totale constante. Dans ce cas il se présente la particularité suivante: la surface (M_1) a deux centres de courbure G et G_1 ; le réseau G_1 possède la même propriété que le réseau G_2 c'est-à-dire que sur la verticale du point G_1 il y a un point qui décrit un réseau G_2 .
- 2. Soit (M) une surface dont les normales touchent au paraboloïde de révolution dont l'axe est vertical; soient C le premier centre de courbure de la surface, MR la première tangente principale de la surface (M): C décrit un réseau tracé sur le paraboloïde, ce réseau se projette sur le plan horizontal suivant un réseau O; la droite MR qui lui correspond par orthogonalité des éléments découpera sur le plan horizontal un réseau O; la projection de MR sur le plan horizontal, étant une congruence conjuguée à un réseau O, sera une congruence 31; il en résulte que sur la verticale du point M il y a des points qui décrivent des réseaux G.
- 3. Soit (M) une surface dont les normales touchent une quadrique de révolution à centre dont l'axe est vertical; on vérifie facilement que sur la verticale du point M il existe des points qui décrivent des réseaux G; de plus si C est le centre de courbure situé sur la quadrique, sur la verticale du point C il existe un point qui décrit un réseau O. (Ce réseau O est situé sur une sphère.)
- 4. Considérons une quadrique générale; on sait qu'il existe six cylindres de révolution circonscrits à la quadrique; je considére l'un d'eux et je suppose l'axe du cylindre vertical; je prends comme origine le centre de la quadrique et comme troisième axe de coordonnées l'axe du cylindre.

L'équation de la quadrique pourra s'écrire

$$x_1^2 + x_2^2 + (\alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3)^2 = \mathbb{R}^2$$
.

A chaque point $M(x_1, x_2, x_3)$ faisons correspondre un point $N(y_1, y_2, y_3)$ tel que $y_1 = x_1, \quad y_2 = x_2, \quad y_3 = \alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3.$

Les points M et N sont sur une même verticale; le point N appartient à une sphère; si le point M décrit un réseau il en est de même du point N. On voit alors qu'il suffit de prendre sur la quadrique un réseau G pour obtenir une solution particulière du problème posé.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Sur les transformations des équations aux dérivées partielles. Note de M. Cerf, présentée par M. Émile Picard.

1. Considérons deux équations aux dérivées partielles d'ordres m et M

(e)
$$f(x, y, z, \ldots, p_{0m}) = 0;$$

(E)
$$F(x, y, z, ..., p_{0m}) = 0.$$

Désignons par [f, F] l'expression

$$\sum f_{p_{i,i'}}\left(\frac{d^m\mathbf{F}}{dx^i\,dy^{i'}}\right) - \sum \mathbf{F}_{p_{j,j'}}\left(\frac{d^{\mathbf{M}}f}{dx^j\,dy^{j'}}\right) \qquad (i+i'=m,j+j'=\mathbf{M});$$

par (A) le système formé par les équations (e) et (E) et leurs dérivées par rapport à x et à y jusque, et y compris, celles d'ordre M+m-1 en z. Si les deux équations n'ont pas de direction commune de caractéristiques, il est connu que la condition nécessaire et suffisante pour que le système (A) soit complètement intégrable est que [f, F] = 0 en soit conséquence « algébrique ».

Lorsque les deux équations ont des directions communes de caractéristiques, on montre qu'en général on peut trouver par différentiations et éliminations un système (α), équivalent à (A), d'ordre plus petit que M+m-1, tel que ses équations d'ordre le plus élevé soient indépendantes par rapport aux dérivées de cet ordre et qu'il soit complètement intégrable si [f, F] = 0 en est une conséquence « algébrique », cette condition suffisante étant aussi nécessaire.

Si cette condition se trouve réalisée, les deux équations données admettent des solutions communes dépendant en général d'un nombre fini de constantes arbitraires.

On peut donc dire qu'on peut substituer au système des deux équations données un système équivalent (A) ou (α) dont la condition de complète intégrabilité consiste en ce que [f, F] = o en soit conséquence « algébrique »; dans tous les cas, nous désignerons ce système par (α) .

2. Supposons que l'on se donne quatre relations entre les éléments

d'ordres quelconques de deux espaces (e), (e'):

(1)
$$F_i(x, y, z, ..., p_{0,m_i}; x', y', z', ..., p'_{0,m'_i}) = 0$$
 $(i = 1, 2, 3, 4)$.

Soit z' = g'(x', y') l'équation d'une surface (s') de (e'); désignons par $\overline{F_i}$ ce que devient F_i quand on y remplace z', p'_{i_0} , p'_{o_i} , ... par g'(x', y'), $g'_{x'}(x', y')$, $g'_{y'}(x', y')$, A la surface (s') ne correspondent des surfaces de (e) que si les deux équations aux dérivées partielles en z obtenues par l'élimination de x', y' entre les quatre relations $(\bar{1})$ admettent des solutions communes; soient

(2)
$$\varphi = 0, \quad \Phi = 0$$

ces deux équations.

Par différentiations et éliminations, au moyen des relations (1), on en déduit, en général, d'autres, qui jointes à elles forment un système (S) tel que (\overline{S}) soit équivalent au système (α) déduit des équations (2), et une relation R=0 telle que le système formé par (\overline{S}) et $\overline{R}=0$ soit équivalent au système obtenu en adjoignant à $(\alpha): [\varphi, \Phi]=0$.

Ceci posé, admettons que des relations (S) et R = o on puisse éliminer x, y, z et toutes ses dérivées qui y figurent; il vient une relation U' = o qui constitue une équation aux dérivées partielles en z', d'un certain ordre; à une solution de cette équation correspondent, en général, des surfaces de (e) qui dépendent d'un nombre fini de constantes arbitraires. Supposons que l'on puisse de même déterminer une équation U = o en z, en permutant le rôle des deux groupes de lettres; une correspondance se trouve établie entre les solutions des deux équations U = o, U' = o dont nous dirons qu'elles se correspondent dans une transformation (N) définie par les relations (1); les caractéristiques se correspondent sur deux surfaces correspondantes; si les deux équations sont de même ordre, l'une étant intégrable par la méthode de M. Darboux, l'autre l'est également. Les transformations de Backlund sont un cas particulier des transformations (N).

3. Parmi les transformations (N) on en distingue une classe particulière qui jouissent de propriétés spéciales : elles sont caractérisées par le fait que trois des relations de définition représentent dans l'un des espaces, nous disons (e'), une multiplicité \mathbf{M}_2 d'éléments unis du premier ordre. Soit n l'ordre maximum de ces relations par rapport à z: Bäcklund a montré qu'elles permettent de calculer x', y', z', p', q' en fonction de x, y, z et de

ses dérivées jusqu'à l'ordre n+1, comprises; r', s', t' contiennent les dérivées de z jusqu'à l'ordre n+2, etc.; à toute surface de (e) on fait correspondre ainsi une surface (ou un nombre fini de surfaces) de (e'). Les expressions x', y', z', p', q' jouissent de propriétés remarquables que nous ne faisons que signaler.

Occupons-nous maintenant de la quatrième relation de définition de la transformation : si elle est de la forme $\psi(x',y',z',p',q')=0$, la transformation fait correspondre à cette équation du premier ordre une équation d'ordre n+1 en z qui admet une intégrale intermédiaire d'ordre n dépendant de deux constantes arbitraires ; dans tous les cas elle permet d'obtenir immédiatement l'équation U=0 au moyen des expressions de x', y', z', \ldots précédemment calculées ; son ordre est au moins égal à celui de U'=0.

Les propriétés dont jouissent ces transformations tiennent à ce que, à deux éléments de (e), unis, d'ordre n+k, correspondent dans (e') deux éléments unis d'ordre k, ce qui permet de préciser aisément les ordres des caractéristiques et des invariants correspondants.

Les transformations de Bäcklund B₁ et B₂ sont équivalentes à des transformations de cette catégorie dont il existe d'ailleurs beaucoup d'exemples. La considération des groupes continus de transformations de contact, finis ou infinis, en donne d'autres dont quelques-uns ont été signalés par Lie et M. Clairin; le point de vue où nous nous plaçons permet de généraliser facilement, soit pour des équations du deuxième ordre, soit pour des équations d'ordre supérieur, les résultats obtenus par ces deux auteurs.

CRISTALLOGRAPHIE. — Sur une modification cristalline du soufre se présentant en sphérolites à enroulement hélicoïdal. Note de PAUL GAUBERT.

Le soufre cristallisant par solidification d'une masse fondue peut se présenter, suivant la température à laquelle il a été porté, suivant celle où s'effectue la cristallisation et suivant la vitesse de refroidissement, au moins sous quatre états cristallins différents, très faciles à reconnaître, si les observations sont faites sur une lame de verre, recouverte d'un couvre-objet ('). Parmi ces formes, il en est une se produisant lorsque le soufre a été chauffé au-dessus de 120° et refroidi brusquement. Le mieux pour l'obtenir en

⁽¹⁾ R. Brauns, Neues Jahrb. f. Min. und Geol. Beil., Band 13, 1899-1900, p. 29. — P. Gaubert, Sur les états cristallins du soufre (Bull. de la Soc. fr. de Min., t. 28, 1905, p. 157). — G. Quincke, Ann. der Phys., 4° série, t. 26, 1908, p. 625.

grande quantité est même de porter la température au-dessus de 160°. Cette modification, contrairement à la forme γ , qui se produit en même temps, est très peu biréfringente, elle est bleuâtre par diffusion de la lumière, alors que l'autre est blanc jaunâtre. La couleur bleue, due à la fibrosité des sphérolites, possède des propriétés particulières dont je continue l'étude.

Cette forme de soufre, à cause des aspects variés qu'elle présente, a reçu des noms différents. On observe surtout :

1° Des sphérolites dont les fibres, s'éteignant suivant leur longueur, ont un allongement optique positif. Ils ont été étudiés par R. Brauns et moimême et considérés comme une modification particulière de soufre (soufre radié orthorhombique peu biréfringent).

2º Des sphérolites paraissant parfois un peu plus biréfringents que les précédents et s'éteignant obliquement, de telle sorte que les bras de la croix noire ne coïncident pas avec la section principale des nicols croisés. R. Brauns a admis qu'il s'agissait d'une forme particulière à laquelle il a donné le nom de soufre radié monoclinique peu biréfringent.

D'après mes observations, la biréfringence, en apparence plus élevée que celle des sphérolites précédents, et l'extinction oblique des fibres sont dues à l'orientation optique différente de ces dernières. En effet, elles sont souvent allongées suivant n_s et le plan des axes optiques est parallèle à la lame de verre. Les fibres des deux sortes de sphérolites peuvent même exister côte à côte.

3º Des sphérolites qui, au lieu d'être formés de fibres, sont constitués par un très grand nombre de petites plages, sans contour régulier et sans orientation commune, de telle sorte qu'il n'existe pas de croix noire entre les nicols croisés. Les plages formant ces sphérolites sont quelquefois presque toutes perpendiculaires à la bissectrice aiguë négative, et comme l'angle des axes est très petit et la biréfringence faible, elles paraissent être monoréfringentes en lumière parallèle. Cette sorte de sphérolites se produit facilement vers 50°, à la condition que la cristallisation ait déjà commencé à froid.

4° Des sphérolites, dont je viens de constater pour la première fois l'existence, formés par des fibres très fines à enroulement hélicoïdal. Ils sont loin de montrer la régularité de ceux de la malonamide, de la codéine, de la thébaïne, de la cholestérine, etc.; ils offrent de nombreuses variétés de structure, dues à ce qu'ils peuvent être composés non seulement de secteurs, dont les fibres ont un enroulement hélicoïdal différent, mais aussi de fibres enroulées et de fibres simples.

Il est cependant possible d'obtenir des sphérolites parfaits dont les particules cristallines sont enroulées autour de l'indice moyen n_m . En effet, il existe des zones alternativement claires (perpendiculaires à la bissectrice obtuse) et obscures (perpendiculaires à la bissectrice aiguë de l'angle très petit des axes optiques). Les fibres montrent rarement plus de trois pas de l'hélice. La longueur du pas varie d'un sphérolite à l'autre et même dans des fibres voisines et ne dépasse pas habituellement $\frac{1}{5}$ de millimètre. En outre, l'enroulement ne se fait pas toujours autour de l'indice moyen, il est plus ou moins oblique à cette direction.

Ce sont ces faciès et orientations nombreux, présentés par les sphérolites d'une même modification, qui ont conduit R. Brauns et moi-même à admettre plusieurs états cristallins différents. Le soufre trichitique peu biréfringent; décrit comme forme particulière, appartient aussi au soufre à

enroulement hélicoïdal.

Étant donné que l'enroulement hélicoïdal des fibres a été presque toujours constaté dans des substances possédant le pouvoir rotatoire ou inactives, mais alors cristallisant avec un corps actif (Fréd. Wallerant), il est permis de supposer que les cristaux de soufre de la modification étudiée ici appartiennent à la classe énantiomorphe des systèmes rhombique ou monoclinique (le système n'a pu encore être déterminé). Cette modification peut posséder le pouvoir rotatoire.

Il est intéressant de constater l'enroulement des fibres dans un corps simple, puisque, parmi les substances minérales, la calcédoine (Michel-Lévy et Munier-Chalmas), la dufrénité et la dahllite (A. Lacroix), ainsi qu'une variété de gédrite (W. Timofejeff), présentent seules des édifices hélicoïdaux.

GÉOLOGIE. — Sur la géologie du Djebel Outita et des environs de Dar bel Hamri (Maroc occidental). Note de M. G. LECOINTRE (1).

Le Djebel Outita apparaît comme le flanc E d'un anticlinal NS, à noyau jurassique. Sur le flanc N, en contre-bas de la cote 585 et à 450^m d'altitude, on trouve des couches marneuses jaunes avec *Trigonia* aff. *Moutierensis* (2)

⁽¹⁾ Exploration scientifique du Maroc, organisée par la Société de Géographie de Paris.

⁽²⁾ L'étude des Mollusques jurassiques a été faite par M. Cossmann.

Lycett et Montlivaultia. Ce même niveau se retrouve plus à l'Est, à l'altitude de 70^m environ, à Bab Tisza (¹) où j'ai recueilli (Trigonia aff. moutierensis Lycett); T. aff. lineolata (ou costata); Cælopsis aff. (affinis et lunulata); Parallelodon aff. Delia d'Orb.; Cucullea sp.; Tancredia sp.; Mytilus cf. plicatus Sow.; Astarte cf. elegans; Nerinea aff. acron d'Orb.; Montlivaultia en quantités innombrables; Astræidés.

Toutes les espèces citées plus haut, sauf Nerinea acron qui est de l'Oxfordien, appartiennent au Bajocien de Normandie et d'Angleterre. Toutefois, il faut attendre la découverte d'Ammonites pour émettre une opinion sur l'âge précis de ces couches. Le flanc W de l'anticlinal est occupé par le Djebel Mouley Yacoub où les couches plongent à environ 50° W. Les gorges de l'oued Hammam présentent des calcaires à Bélemnites et à Brachiopodes, affectés par une faille d'où jaillit la source sulfureuse de Mouley Yacoub. Le Djebel Nouilet est formé de calcaires jurassiques blancs à Astarte horizontaux. Au flanc W de cette montagne, des couches jurassiques horizontales à Perna sont surmontées par un conglomérat de base miocène vertical, passant rapidement à une mollasse fine à Pectinidés avec Flabellipecten Ugolinii Dep. et Roman; F. Koheni Fuchs; Amussium denudatum Reuss; Ostrea Cochlear Poli. C'est donc du Miocène moyen. Puis viennent en concordance des marnes blanches à Ostrea Cochlear. Plus à l'Ouest, des marnes bleuâtres extraites d'un puits m'ont fourni : Flabellipecten fraterculus Sow., Cardita intermedia Brocchi in Brives, Gastropodes nombreux (2), Foraminifères. Ces marnes représentent probablement le Miocène supérieur. Elles viennent s'appuyer contre les marnes blanches, mais semblent moins inclinées.

A Dar bel Hamri, la berge de l'oued Beth met à nu une belle coupe du Pliocène ancien; de bas en haut, on trouve:

1º Argiles sableuses bleues avec intercalations de bancs de galets avec Huîtres (3): Ostrea (Crassostrea) aff. gingensis Schloth. in Hærnes; O. cucullata Born.; Avicula, Mytilus, Pectunculus cor Lamk., Arca mytiloides Br., Cardium aculeatum L.,

⁽¹⁾ Cette localité a été visitée quelque temps avant moi par M. le médecin-major Poirée qui n'a pas encore publié ses résultats.

⁽²⁾ L'auteur, à peine de retour, a été interrompu par la mobilisation dans l'étude de ses matériaux. Il s'excuse d'être obligé de présenter des listes de fossiles incomplètes, surtout en ce qui concerne les Gastropodes.

⁽³⁾ M. Michel Méert a recueilli de nombreux matériaux qu'il a mis à ma disposition.

C. hians Br., Venus plicata Gm., V. multilamella Lamk., Meretrix Brochii Desh., M. rudis Poli, Timoclea ovata, Penn., Tellina distorta Poli; T. planata Linné; T. elleptica Br.; T. compressa Br.; T. donacina L.; Psammobia Færænsis Chemn.; Abra alba Wood.; Mactra subtruncata da Costa; Solenocurtus candidus Renieri; Pharus legumen L.; Lutraria lutraria L.; Clavagella Brochii Desh.; Nassa semistriata Br. var.; N. mutabilis L.; Murex Polymorphus Br.; Yetus, cf. gracilis Broderip.; Turritella Archimedis Brongn., T. terebralis Lamk., etc.

2º Sables jaunes, parfois gréseux, à Pecten, cf. benedictus (très jeunes exemplaires roulés), Ostrea (Crassostrea), cf. gingensis Schloth. in Hærnes, O. cucullata Born. 3º Cailloutis formant le plateau de Dar bel Hamri et marquant la fin du cycle de

sédimentation pliocène.

Il y a lieu de remarquer dans cette faune, par ailleurs identique à celle des gisements classiques méditerranéens, la présence d'un Yetus qui lui donne un cachet atlantique subtropical.

Sur le flanc est de l'Outita on observe (gorges de Bab Tisra) (1), audessous des couches jurassiques à Montlivaultia:

r° Deux puissantes barres de calcaire très dur séparées par une forte épaisseur de marnes et inclinées à 20° SE; sur leur prolongement supposé, en contre-bas de la cote 399, j'ai trouvé Clypeaster sp.; 2° un banc calcaire transgressif et discordant incliné à environ 10° SE avec Oxyrhina Desori Ag., Flabellipecten incrassatus Partsch, Echinolampas doma Pomel. Cette dernière espèce se présente sous la petite forme la plus répandue dans le Burdigalien de l'Algérie; 3° en concordance apparente : la mollasse helvétienne à Flabellipecten Ugolinii et Amussium denudatum Reuss identique à celle du Dj. Nouilet; 4° marnes blanches; 5° marnes grises à Foramini-fères; 6° argiles bleues à fossiles mal conservés, horizontales; 7° poudingues surmontés par les travertins blancs du plateau de Sidi Ahmed Mserredj. Il s'agit probablement de la partie nord du lac pliocène de Meknès (²).

Au nord du Camp Petitjean, le plateau du Souq est formé de sables jaunes à Flabellipecten fraterculus Sow. du Miocène supérieur.

Il semble donc que la transgression miocène dans cette région ait dû se propager de l'Est à l'Ouest, puisque les couches à *Echinolampas doma* manquent au Dj. Nouilet où, comme nous l'avons vu, la mollasse à *Flabellipecten* repose directement sur le Jurassique. La surrection du massif de l'Outita aurait eu lieu vers le Miocène supérieur.

⁽¹⁾ On remarquera les divergences qui existent entre la coupe de Bab Tisra, telle que je l'ai relevée, avec celle donnée par M. Brives (Voyage au Maroc, Alger, Jordan, p. 480, Pl. 1, fig. 9 et carte n° 3). Cet auteur a rapporté à l'Éocène les couches fossilifères que je suis amené à répartir entre le Jurassique et le Miocène.

⁽²⁾ L. Gentil, Esquisse hydrologique de la région de Mehnès (Bull. de la Soc. de Géographie commerciale de Paris, juin 1914, p. 5).

Sur les flancs nord-ouest du massif on remarque des lambeaux de couches miocènes plongeant fortement vers l'Ouest (de 20° à 90°). Cette disposition paraît en relation avec l'effondrement de la plaine du Sebou et correspondrait à une disposition de faille où la lèvre affaissée, fortement retroussée, aurait laissé des lambeaux le long de la lèvre soulevée.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — Sur l'existence, à Grenoble, d'un verrou glaciaire.

Note de M. RAOUL BLANCHARD.

Les verroux, barres rocheuses perpendiculaires aux thalwegs, et façonnées par les glaciers, apparaissent d'ordinaire aux points où la présence de roches dures succédant à des roches tendres rétrécit la vallée et augmente sa pente. On pouvait donc s'attendre à trouver un de ces organismes sur l'emplacement de Grenoble, où le vaste bassin formé par la confluence des vallées longitudinales du Drac et de l'Isère se resserre pour devenir la cluse par laquelle l'Isère traverse les plis des chaînes subalpines. Au contact des roches tendres du Grésivaudan (schistes du Jurassique et du Lias) et des roches dures de la Chartreuse et du Vercors (calcaires jurassiques et crétacés), l'emplacement d'un verrou était tout indiqué. Il semble qu'on puisse en effet en retrouver d'importants débris sur chaque rive.

Sur la rive gauche, le verrou comporte une barre de calcaires sénoniens dépendant d'un synclinal peu accentué (Vouillant) qui fait suite à l'anticlinal de Sassenage, et relevés au-dessus d'une faille qui descend de la montagne des Trois-Pucelles vers la plaine. Les glaciers ont façonné cette barre, dont toutes les parties élevées sont magnifiquement moutonnées, et surtout y ont enfoncé quatre encoches caractéristiques, échelonnées de 655m à 370^m. Ces encoches sont des auges, souvent profondes, aux parois presque verticales; leur profil en long est celui d'une double pente, l'une vers l'amont, l'autre vers l'aval, ce qui prouve qu'elles ne sont pas des vallées fluviales. En revanche, des marmites de géants de forte dimension et d'une extrême fraîcheur entament le bas des parois, indiquant l'influence considérable que l'eau sous-glaciaire exerce sur le creusement des encoches. Vers l'aval ces entailles débouchent sur de vastes dépressions fermées qui sont des dolines, comme le prouve l'existence, dans l'une de ces cavités, d'une ample grotte, dont les formes attestent l'influence des effondrements souterrains. Le réseau de dolines est étroitement lié à celui des encoches; et comme le plateau calcaire qu'elles trouent est peu étendu

et ne reçoit aucun apport du dehors, on peut tenir pour assuré que ces dolines se sont formées sous l'unique influence des eaux glaciaires, et que l'évolution de ce paysage karstique s'est arrêtée depuis la disparition des glaciers.

Ce verrou de la rive gauche (Pariset) se termine au-dessus de la plaine alluviale par une falaise peu élevée, avivée et rafraîchie par l'érosion latérale du Drac, mais qui peut être le bord occidental d'une encoche dont le flanc oriental, plus bas, serait enseveli sous les alluvions. Rien ne s'oppose donc à ce qu'on puisse croire que le verrou se continuait à travers la plaine alluviale qui l'a recouvert de ses sédiments. Mais, en tout cas, cette barre n'atteignait pas la rive droite, car de ce côté un formidable relèvement de plis a fait disparaître le Sénonien, et les traces de la faille de la rive gauche ne peuvent être qu'à peine soupçonnées dans le reploiement des couches valanginiennes de Clémentière. Cependant, à défaut d'une continuation tectonique, le verrou semble avoir un prolongement morphologique dans la montagne de la Bastille. Entre 200^m et 700^m d'altitude celle-ci présente en effet plusieurs replats, dont l'origine est en partie liée aux dislocations décrites par M. W. Kilian, mais qui ont été façonnés par les glaciers, et dont le plus élevé (630^m) présente des entailles caractéristiques. Sur cette rive comme sur l'autre, c'est vers 700^m que cessent les formes glaciaires restées fraîches.

Ainsi on peut estimer que la montagne de la Bastille représente le complément de l'obstacle que le verrou de l'ariset tendait au travers de l'entrée de la cluse. Cet obstacle, que nous pouvons dans son ensemble désigner sous le nom de verrou de Grenoble, devait obstruer la vallée à la manière du verrou de Chatillon, à l'extrémité septentrionale du lac du Bourget, et déterminer en amont l'existence d'un ombilic, ce qui explique les énormes épaisseurs d'alluvions rencontrées par les sondages opérés sous Grenoble. Quoique à demi ensevelie sous les alluvions, cette barre n'en a pas moins eu sur les phénomènes biologiques une influence considérable; elle abrite de riches colonies de plantes méditerranéennes, et a offert aux hommes les premiers emplacements (grottes, abris, sîtes fortifiés) qu'ils aient utilisés dans la région.

BOTANIQUE. — Action rapide des solutions salines sur les plantes vivantes : déplacement réversible d'une partie des substances basiques contenues dans la plante. Note de M. Henri Devaux, présentée par M. Gaston Bonnier.

En 1901-1903, j'ai reconnu (¹) que les parois cellulaires et spécialement la pectose de ces parois sont capables de fixer avec énergie une quantité appréciable de toutes les bases présentées à l'état de sel.

Un long lavage à l'eau distillée n'arrive pas à enlever les métaux ainsi fixés. En revanche un court séjour dans une solution d'un autre métal provoque immédiatement le départ complet du métal que l'eau distillée n'arrivait pas à enlever.

Ces phénomènes de déplacements réciproques peuvent s'intervertir autant de fois qu'on veut. De même que les métaux alcalins peuvent être déplacés par tous les autres, en particulier par le calcium, celui-ci peut inversement être chassé par les métaux alcalins.

A la suite de ces recherches une question se posait directement : ces permutations, observées sur les parois cellulaires isolées, se produiraient-elles encore sur les plantes vivantes? C'est à cette question que répondent les recherches suivantes :

un lot de 10^g à 15^g d'une plante aquatique quelconque, *Elodea* par exemple, est placé dans un vase à précipités et soigneusement lavé à l'eau distillée (distillation faite sur verre pour éviter les traces sensibles de cuivre ou de plomb, si fréquentes dans l'eau distillée du commerce); puis il est soumis aux macérations suivantes chacune d'une durée de 30 minutes :

a. Dans 250cm3 d'eau distillée. Après 30 minutes, cette eau décantée ne donne aucun trouble par l'oxalate d'ammoniaque. L'eau distillée n'a donc pas pris de traces sensibles de calcium à la plante.

b. Le lot de plantes est relavé à l'eau distillée et reçoit 250°m² d'une solution saline quelconque, par exemple K Cl ou NH° Cl à 1/1000. Après 30 minutes de contact avec les plantes, la solution décantée est essayée à l'oxalate de NH°; un trouble immédiat se produit, indiquant la présence de calcium en proportion sensible. Ce calcium vient certainement de la plante, car on s'est assuré que la solution saline n'en contenait pas

⁽¹⁾ H. Devaux, Sur les réactifs colorants des substances pectiques (Procès-verbaux de la Société Linnéenne de Bordeaux, février 1901); Sur la coloration des composés pectiques (Ibid., mars 1901); Généralité de la fixation des métaux par la paroi cellulaire (Ibid., avril 1901); Sur la pectose des parois cellulaires et la nature de la lamelle moyenne (Ibid., mars 1903).

trace auparavant. La dilution de cette solution était du reste trop grande pour qu'il y eût plasmolyse, et les plantes en sortent sans modification sensible.

c. Le lot, relavé soigneusement à l'eau distillée, séjourne de nouveau dans 250cm³ d'eau distillée. Cette eau, essayée à l'oxalate, ne contient pas traces de calcium.

Il résulte de ces trois essais qu'une action décalcifiante très rapide de la plante a été produite par les sels alcalins présents dans les solutions expérimentées.

2º Cette action décalcifiante est accompagnée de la fixation sur la plante d'une portion du métal alcalin. En effet, si par exemple la plante a été traitée par du NH Cl, on constate qu'elle contient maintenant NH , car l'eau distillée en enlève des traces très faibles révélables au réactif de Nessler. De plus, si on laisse alors la plante dans une solution de Ca Cl² à 1 1000 pendant 30 minutes, on constate que la liqueur se colore bien plus fortement au Nessler.

L'ammonium a donc été fixé dans la plante pendant le séjour dans une solution d'un sel ammoniacal, et il est chassé par un séjour ultérieur dans une solution d'un autre sel, de calcium par exemple.

Le cycle est ainsi fermé, car le calcium avait été chassé au début par NH4 et maintenant NH4 est chassé par le calcium.

Généralisation. — A. La décalcification étant le phénomène le plus facile à déceler, je me suis attaché à le reconnaître sur des plantes variées, et par des sels variés.

1º Toutes les plantes vertes étudiées le manifestent : Phanérogames aquatiques (Elodea, Potamogeton, Ceratophyllum, Lemna, Zanichellia, etc.): Cryptogames (Sphagnum, Chara, Cladophora, Enteromorpha, Spirogyra). Racines aquatiques de Solanum Dulcamara, d'Avoine, de Saule.

Tiges de plantes terrestres : Chêne, Châtaigner, Noisetier, Fusain, Ormeau, Frêne, Acacia, Pomme de terre, etc.

Dans ce dernier cas, on faisait circuler artificiellement la solution saline dans l'intérieur des vaisseaux.

2º Le sel décalcifiant peut être alcalin, (K, Na, NH*, Li) ou alcalinoterreux (Mg) et son radical acide peut être également quelconque (Cl, NO³, SO⁴, CO³, etc.). Un quelconque de ces sels provoque la sortie immédiate d'un peu de calcium; la sortie augmente à mesure que se prolonge l'action. Elle arrive à représenter une portion importante du poids total du calcium de la plante.

B. Ce n'est pas seulement le calcium qui est ainsi chassé des plantes vivantes par tout autre métal présenté à l'état de solution saline.

On peut s'assurer que du potassium est aussi rejeté, quand par exemple on traite la plante par un sel de calcium.

La proportion de potassium rejeté est très petite chez les plantes normales; mais elle devient sensible si la plante a été traitée auparavant par un sel de potassium (pour chasser le calcium). Le potassium avait donc été fixé.

Le cycle est ainsi fermé pour tous les métaux alcalins ou alcalino terreux. Le calcium des plantes est chassé par les sels d'autres métaux, mais les autres métaux sont chassés par les sels de calcium. C'est un phénomène nettement réversible où l'action prépondérante appartient au sel le plus abondant.

C. Il existe une similitude remarquable entre les propriétés absorbantes du sol à l'égard des solutions salines et celles que présentent aussi les plantes vivantes. Dans les deux cas, la fixation porte essentiellement sur les bases, et ces bases peuvent se chasser les unes les autres avec réversibilité.

C'est la démonstration directe, faite sur le vivant, d'une assertion que nous avions émise en 1904 relativement à la comparaison des pouvoirs absorbants des parois cellulaires et du sol pour les sels dissous ('). La pectose des parois des poils radicaux, disions-nous, « étant en contact intime avec les particules du sol, l'ensemble, sol et parois, forme un système colloïdal ayant partout les mêmes propriétés absorbantes. Les bases ne sont pas retenues et mises en réserve seulement dans le sol, elles le sont aussi dans l'enveloppe cellulaire, à la portée immédiate du protoplasma ».

Du reste, rien ne dit que le contenu cellulaire lui-même ne participe pas aux échanges, et cette simple hypothèse montre quelle portée peut avoir l'étude de ces échanges par permutations réversibles chez les êtres vivants.

CHIMIE VÉGÉTALE. — Sur les relations qui existent entre la présence du magnésium dans les feuilles et la fonction d'assimilation. Note de M. G. André, présentée par M. A. Gautier.

On sait que la chlorophylle brute, extraite des feuilles par l'alcool ou l'essence de pétrole, fournit toujours, quand on la chauffe pour détruire

⁽¹⁾ H. Devaux, Comparaison des pouvoirs absorbants des parois cellulaires et du sol pour les sels dissous (Proc.-Verb. de la Soc. des Sc. physiques et naturelles de Bordeaux, janvier 1904).

toute matière organique, une certaine quantité de cendres dans la composition desquelles prédomine le phosphate de magnésium. Ce fait a été mis d'abord en évidence par M. A. Gautier (¹), puis par Hoppe-Seyler (²). Les travaux plus récents de M. Willstätter et de ses élèves (³) ont montré aussi que le magnésium était le seul élément fixe faisant partie de la molécule de la chlorophylle, et M. Mameli a fait voir enfin, il y a peu de temps (⁴), que la quantité du pigment qui se forme dans les organes assimilateurs est en rapport avec le poids de magnésium administré à la plante.

I. Si le magnésium joue dans la molécule de la chlorophylle un rôle si particulier, on doit s'attendre à trouver que le poids de cet élément sera d'autant plus élevé que, chez les feuilles d'où on l'aura extrait, le phénomène assimilateur aura acquis sa plus grande intensité. Je prélève donc, à divers moments de la végétation, un certain nombre de feuilles de l'extrémité des branches des essences suivantes : marronnier d'Inde, lilas, châtaignier, que je sèche dans le vide sec. La matière est pulvérisée, puis épuisée à chaud par l'éther d'abord, par l'alcool ensuite. Dans le produit de cet épuisement, je dose le magnésium et le phosphore. Le dosage de ce dernier corps présente un certain intérêt, car si le phosphore n'entre pas dans la constitution de la chlorophylle - bien que l'opinion contraire ait été défendue autrefois par Gautier et Hoppe-Seyler - on le rencontre dans la molécule des lécithines et des nucléines qui forment le substratum incolore sur lequel se fixe le pigment vert et dont le rôle, dans l'assimilation, est probablement capital. Dans le Tableau ci-contre, dont les chiffres se rapportent à 100g de matière séchée dans le vide, figurent les poids de phosphore (calculé en PO4H3) et de magnésium (calculé en MgO) contenus, aux époques indiquées : 1º dans la partie de la substance des feuilles qui s'est dissoute dans l'éther et l'alcool; 2° dans la partie qui ne s'est pas dissoute. A côté de ces chiffres, nous inscrivons les rapports entre le phosphore organique et le phosphore résiduel, entre le magnésium organique et le magnésium résiduel. Sous le nom de magnésium organique, nous comprendrons celui qu'entraînent l'éther et l'alcool, ainsi qu'il a été dit plus haut, sans prétendre cependant que la totalité de ce magnésium appartienne à la molécule seule de chlorophylle.

⁽¹⁾ Comptes rendus, t. 89, 1879, p. 861; Bull. Soc. chim., t. 32, 1879, p. 499.

⁽²⁾ Zeits. f. physiol. Chem., t. 3, 1879, p. 339.

⁽³⁾ Untersuchungen über Chlorophyll. Berlin, 1913.

⁽⁴⁾ Rendiconti Atti della reale Accademia dei Lincei, 1915.

D	ans la partie soluble dans l'éther et l'alcool.		Dans la partie insoluble dans l'éther et l'alcool.		Rapports (pour 100).	
Dates. 1914.	PO4H:	MgO.	PO ⁴ H ³ .	MgO.	PO ⁴ H ³ organique PO ⁴ H ³ résiduel	
Marronnier d'Inde.						
9 avril 21 avril 4 mai 26 mai 30 juin 28 juillet	o,0783 o,0800 o,1400 o,1062 o,0900 o,0640	0,0270 0,0442 0,0620 0,0560 0,0460 0,0480		0,4177	4,1 4,9 12,3 14,4 12,5 8,0	8,2 10,3 12,1 13,3 11,0
Lilas.						
19 avril 3 mai 24 mai 5 juillet 28 juillet	0,0950 0,1050 0,1000 0,0966 0,0642	0,0307 0,0400 0,0312 0,0329 0,0278	1,5170 1,0000 0,6927 0,6180 0,6945		6,2 10,5 14,4 15,6 9,2	13,3 17,4 13,3 13,8 11,5
Châtaignier.						
26 avril 10 mai 14 juin 28 juillet 18 octobre	0,0700 0,0766 0,0475 0,0475 0,0312	0,0345 0,0320 0,0310 0,0237 0,0144	0,9800 0,7556 0,5125 0,4036 0,5157	0,4150 0,3559 0,3442 ** 0,3295 0,3695	7,1 10,1 9,2 11,7 6,0	8,3 8,9 · 9,0 7,2 3,9

II. Ainsi, le poids absolu du magnésium organique augmente depuis le mois d'avril jusqu'au mois de mai chez les feuilles de marronnier et de lilas. Le maximum est atteint le 4 mai dans le premier cas, le 3 mai dans le second. Au delà de ces dates, ce poids décroît à peu près régulièrement. En ce qui concerne les feuilles de châtaignier, le poids maximum de magnésium se rencontre dès le 26 avril. Si, d'autre part, on prend le rapport entre les poids du magnésium organique et ceux du magnésium résiduel, on trouve que ce rapport atteint son maximum le 26 mai chez les feuilles de marronnier, le 3 mai chez celles du lilas, et seulement le 14 juin chez celles du châtaignier. En supposant qu'à l'époque où ce rapport atteint sa plus grande valeur corresponde, au moins dans l'année considérée ici, l'activité maxima de la fonction d'assimilation, il faut en conclure que cette fonction s'exerce de la façon la plus intense pendant toute la durée du mois de mai

chez le marronnier, au début du mois de mai chez le lilas, et entre la fin de mai et le milieu de juin chez le châtaignier. D'un autre côté, lorsque l'on compare les rapports phosphore organique et magnésium organique, on trouve chez les feuilles de marronnier une concordance satisfaisante entre les maxima de ces deux rapports. Quoique cette concordance soit moins marquée chez les deux autres espèces de feuilles étudiées, il est raisonnable d'admettre que le maximum de l'activité végétale se traduit en même temps par l'élaboration des hydrates de carbone et la production concomitante des composés organo-phosphorés dont l'existence est liée incontestablement à la synthèse chlorophyllienne. Ces expériences méritent d'être reprises ultérieurement sur d'autres espèces végétales.

PSYCHOLOGIE PHYSIOLOGIQUE. — Variations de la température périphérique du corps pendant les suggestions de chaleur et de froid. Note (¹) de M. Jules Courtier, présentée par M. Charles Richet.

J'ai utilisé dans ces expériences le brassard bolométrique de l'énergétomètre de Ch. Henry.

Le brassard employé est constitué d'un tissu élastique sur lequel on a cousu, en spires nombreuses, un fil de ferro-nickel de omm,2 de diamètre. Les extrémités du fil étaient reliées, par l'intermédiaire d'une boîte de résistance à pont de Wheatstone, aux bornes d'un galvanomètre de Desprez-d'Arsonval sous une tension de 4 volts.

La valeur de la variation de résistance du bolomètre pour un degré centigrade était de 0°,224. On calculait, à chaque application nouvelle de l'appareil sur l'avant-bras du sujet, la valeur du déplacement du spot du galvanomètre pour 1° de température. Le sujet n'était endormi que quand le spot demeurait immobile.

Nous groupons ci-dessous les valeurs numériques, converties en degrés et fractions de degrés centigrades, des déviations du spot constatées pendant des suggestions de chaleur et de froid, au cours de quatre séances d'expérimentation. Dans la notation du temps, les fractions de minute sont exprimées en décimales, et non en secondes.

Effets des suggestions de chaleur : -0° ,23 en 2 minutes; -0° ,48 en 2,5 minutes; -0° ,52 en 4 minutes; -0° ,6 en 2,7 minutes; -0° ,6 en 1,5 minute; -0° ,68 en 4,5 minutes; -0° ,8 en 2 minutes; -1° en 5 minutes.

⁽¹⁾ Séance du 3 avril 1916.

Effets des suggestions de froid: $+0^{\circ}$, 3 en 2,3 minutes; $+0^{\circ}$, 46 en 1,8 minute; $+0^{\circ}$, 48 en 1,75 minute; $+0^{\circ}$, 6 en 2,4 minutes; $+0^{\circ}$, 6 en 1,5 minute; $+0^{\circ}$, 63 en 1,2 minute; $+0^{\circ}$, 8 en 2,7 minutes.

Vitesse moyenne des variations, la minute étant prise pour unité de temps : chaleur : -- 0°, 2; froid : +- 0°, 28.

On est frappé par le sens de ces variations. A l'état normal, chez un individu qui éprouve la sensation de froid, le rayonnement calorique diminue sous l'influence d'une vaso-constriction périphérique. Nous voyons, au contraire, pendant les suggestions de froid, le bolomètre indiquer une plus forte émission thermique. A l'état normal, pendant la sensation de chaleur, le rayonnement calorique augmente sous l'influence d'une vaso-dilatation périphérique. Pendant les suggestions de chaleur, nous voyons le bolomètre indiquer une émission thermique moindre.

Ces suggestions ne paraissaient donc pas s'accompagner des réflexes vaso-moteurs de défense de l'organisme. Tout semblait, au premier abord, se passer comme si elles se réalisaient: pour le froid, par une déperdition calorique plus grande; pour la chaleur, par une déperdition plus faible, relevant graduellement la température. Comment expliquer ces phénomènes?

Pour éclairer ces questions, nous avons enregistré la respiration du sujet, et, avec l'appareil pléthysmographique d'Hallion et Comte, le pouls total de sa main droite, le brassard bolométrique demeurant fixé sur son avant-bras droit.

Pendant les suggestions de chaleur, il s'est produit un ralentissement de la respiration. Des inspirations profondes et des pauses expiratoires prolongées ont déterminé des vaso-constrictions. Pendant les suggestions de froid, pas de vaso-constrictions, mais une accélération respiratoire et une augmentation du tonus musculaire manifestée par des tressaillements des doigts.

Nous constations donc que ces suggestions ne provoquaient pas les réflexes vasomoteurs de régulation thermique, mais que leur action était, de par ailleurs, semblable à celle des sensations de même genre.

Les modifications des fonctions respiratoires et musculaires retentissant sur la thermogenèse et sur les conditions locales d'irrigation sanguine, on saisit les causes des phénomènes observés.

Nous ferons remarquer à quel point sont imprévus, d'une part, l'abaissement thermique périphérique pendant la suggestion de chaleur; d'autre part, l'élévation thermique périphérique pendant la suggestion de froid. Cela nous indique nettement que pendant l'impression (réelle ou suggérée)

de froid les combustions augmentent, et qu'elles diminuent pendant l'impression (réelle ou suggérée) de chaleur. En l'absence de réactions vasomotrices de défense, les variations observées de la température périphérique correspondent à des variations de la température centrale.

HISTOLOGIE. — Relations de la névroglie avec l'appareil vasculaire chez les Invertébrés. Note (') de M. J. HAVET, présentée par M. Henneguy.

Ces relations sont connues chez les Vertébrés. Cajal et Achúcarro les ont démontrées, dans leur ensemble. Elles sont inconnues chez les Invertébrés. Nous les avons établies pour quelques-uns d'entre eux.

Cette Note contient quelques résultats obtenus chez les Vers (Lumbricus

agricola et chez les Gastéropodes (Helix hortensis).

Au préalable, deux questions devaient être éclaircies : celle de l'existence de tissu névroglique véritable, et celle de l'existence de vaisseaux bien constitués au sein du système nerveux central et périphérique de ces animaux. Les auteurs sont en désaccord sur ces points.

- I. Existence de cellules névrogliques, en nombre considérable, dans les centres nerveux, dans toutes les parties de la chaîne nerveuse des Vers, dans les ganglions des Gastéropodes. Chez les Vers on distingue deux sortes de cellules névrogliques :
- 1º Des cellules névrogliques protoplasmiques. Le chlorure d'or de Cajal les met en évidence. Leur structure est alvéolaire et granuleuse. Les granules sont nombreux, surtout au niveau des prolongements. Ils sont plus clairsemés autour du noyau. Ils ont une coloration bleue, à reflets rougeâtres.
- 2º Des cellules névrogliques fibreuses. De contours indécis, elles possèdent des granules ressemblant aux mitochondries et des fibrilles semblables à celles des Vertébrés.

Ces cellules apparaissent surtout par la méthode d'Achúcarro.

II. Cellules névrogliques dans les nerfs. — 1° Cellules névrogliques protoplasmiques. — Allongées dans le sens de la longueur du nerf; plus ou moins

⁽¹⁾ Séance du 3 avril 1916.

ramifiées; présentant la même structure que les cellules névrogliques protoplasmiques des centres.

- 2º Cellules névrogliques fibreuses. Allongées, à contour peu précis, à protoplasme granuleux, possédant des fibrilles plus ou moins épaisses, un peu sinueuses, disposées en faisceaux.
- III. VAISSEAUX. 1° Il existe de très nombreux vaisseaux flexueux, disposés deux à deux, dans toutes les parties de la chaîne nerveuse des Vers, dans la partie périphérique, dans la zone des cellules nerveuses ganglionnaires et dans la substance ponctuée de Leydig.

2º On observe aussi de nombreux vaisseaux dans les nerfs.

Ces vaisseaux apparaissent surtout par l'emploi de la méthode d'Achúcarro. La méthode au chlorure d'or les fait apparaître beaucoup moins bien. La triple coloration (fuchsine, picro-indigo, carmin) les met aussi bien en évidence.

IV. Relations entre les vaisseaux et les cellules névrogliques. — 1° Dans les centres. — Les cellules névrogliques protoplasmiques sont en relation intime avec la paroi des vaisseaux. Le corps de ces cellules et quelques-uns de leurs prolongements sont accolés aux vaisseaux; ou bien un prolongement de ces cellules, souvent le plus volumineux, se termine sur la paroi des vaisseaux, de telle manière qu'à proximité du vaisseau le prolongement s'épaissit et s'élargit; ou bien il se divise en deux parties qui suivent la paroi vasculaire. Cela rappelle les pieds vasculaires observés chez les Vertébrés supérieurs.

Les cellules névrogliques fibreuses ont souvent leur corps cellulaire en contact avec la paroi des vaisseaux; leurs fibrilles sont simplement en contact avec elle, et lui forment quelquefois comme une sorte d'enveloppe.

- 2° Dans les nerfs. Les cellules névrogliques protoplasmiques sont en contact par leurs corps et leurs prolongements avec la paroi des vaisseaux. Nous n'avons pas observé ici de pieds vasculaires. Les cellules névrogliques fibreuses avec leurs fibrilles forment comme une sorte de manchon léger autour des vaisseaux. Le protoplasme de ces cellules est granuleux.
- V. Relations entre les cellules névrogliques et les cellules nerveuses. Les cellules névrogliques protoplasmiques et fibreuses enveloppent pour ainsi dire chaque cellule nerveuse ganglionnaire. Les corps de ces cellules,

leurs prolongements, les fibrilles névrogliques sont comme accolés aux cellules nerveuses.

On peut observer fréquemment des cellules névrogliques en relation, d'un côté, avec les cellules nerveuses, et, de l'autre, avec les vaisseaux

situés à proximité.

Cette étude a été faite au moyen de la méthode au chlorure d'or de Cajal, et de celle d'Achúcarro. Nous ne pouvons en donner pour le moment qu'un extrait très sommaire. Nous la publierons, in extenso, en des temps meilleurs.

BACTÉRIOLOGIE. — Contribution à l'étude de l'immunité. Note (1) de M. F. D'HERELLE, présentée par M. Roux.

Le Bacillus typhi murium appartient au groupe des paratyphiques, il est naturellement pathogène pour les muridées : la vaccination de la souris blanche, animal particulièrement sensible, contre la maladie causée par ce bacille offre donc au point de vue théorique un réel intérêt. Il serait trop long d'énumérer les divers travaux qui ont été effectués dans cette voie : tous concluent d'ailleurs à l'impossibilité de vacciner la souris contre la maladie contractée à la suite d'un repas infestant, quel que soit le mode de préparation du vaccin.

Dans une première série d'expériences j'ai également, et sans aucun résultat, essayé l'action de vaccins préparés suivant les divers méthodes préconisées jusqu'à ce jour. Je me suis alors demandé si l'inefficacité des corps de microbes, en tant que vaccins, ne résulterait pas de l'action trop brutale des agents chimiques ou physiques mis en œuvre pour les tuer. Le problème étant posé, il s'agissait de trouver des substances ayant à la fois la propriété de tuer les microbes, de ne pas coaguler les matières albuminoïdes et de ne pas inactiver les toxines, permettant ainsi d'obtenir un vaccin constitué par des corps de microbes jouissant de toutes les propriétés des microbes vivants, sauf la vie. Certains alcaloïdes, et surtout les essences, me parurent de nature à résoudre le problème.

Corps de microbes tués par la quinine. — Les bacilles de la maladie des souris sont tués en 48 heures quand on les met en suspension dans une solution de

⁽¹⁾ Séance du 3 avril 1916.

chlorhydrate de quinine à 1 pour 100; ils constituent alors un vaccin réel, mais d'une efficacité relative : la majeure partie des souris ayant reçu trente millions de germes tués en trois injections résistent à une dose sûrement mortelle de culture virulente administrée per os; elles succombent toutes après avoir ingéré quatre doses.

Corps microbiens tués par les essences. — En 1891, dans un Mémoire sur l'immunité, le D^r Roux a préconisé l'emploi des essences pour la stérilisation des cultures en milieu liquide de la bactéridie charboneuse dans le but d'étudier les propriétés vaccinantes des produits solubles sécrétés par ce microbe. Dans ce Mémoire il définit ainsi les propriétés des essences : « Les produits microbiens sont souvent très altérables; si quelques-uns supportent des températures élevées, il en est d'autres qui sont déjà modifiés à 50°, température impuissante à tuer sûrement les microbes.... Les bactériologistes sont souvent embarrassés pour savoir si un liquide contient de ces corps délicats que les manipulations détruisent.... Un procédé qui nous a réussi consiste à tuer les microbes par des essences. Celles-ci n'altèrent point les matières albuminoïdes ni les diastases et elles ont un pouvoir antiseptique énergique. »

On n'a, je crois, jamais essayé le pouvoir vaccinant de corps de microbes tués par les essences. La maladie des souris causée par le B. typhi murium, type B de Danysz, était toute indiquée pour former la préface d'une étude de ce genre que je me propose d'étendre à d'autres microbes pathogènes.

Le mode de préparation du vaccin a été le suivant : une culture de 20 heures sur gélose est mise en suspension dans 10^{cm} d'eau physiologique saturée d'essence de moutarde; l'émulsion microbienne est ensuite placée en tube scellé : elle est stérile après 3 ou 4 jours. L'émulsion est alors diluée de manière à obtenir le titre désiré.

J'ai vérifié que les essences de canelle de Ceylan et de Chine, d'ail, de thym, d'origan, de girofle, donnaient également des vaccins actifs.

La virulence du B. typhi murium, employé tant pour la préparation des vaccins que pour les épreuves d'infestation des souris vaccinées, a toujours été trouvée sensiblement constante au cours des essais : l'ingestion d'une dilution correspondant à \frac{1}{1000} de centimètre cube d'une culture en bouillon de 24 heures a toujours constitué une dose mortelle.

Les nombreuses expériences effectuées me permettent de formuler les conclusions suivantes:

I. Une injection unique de corps de microbes tués par l'essence de moutarde, à la dose de ½ à 10 millions de germes, hypervaccine la souris.

4 souris ayant reçu une injection de 5 millions de corps microbiens résistent à des doses répétées de $\frac{4}{10}$ de centimètre cube de culture en bouillon administrées per os, soit plus de cent doses sûrement mortelles, les témoins mourant après l'ingestion de $\frac{4}{4000}$ de centimètre cube.

6 souris ayant reçu une injection vaccinante de 500000 germes résistent à des

ingestions répétées de 40 de centimètre cube de culture virulente.

II. L'injection vaccinante doit être, en valeur absolue, plus forte chez la jeune souris que chez l'adulte pour produire une immunité de même ordre.

4 souris âgées de 20 jours ayant reçu une injection vaccinante de 500000 germes résistent toutes à une dose mortelle, 3 résistent à une ingestion de $\frac{4}{100}$ de centimètre cube de culture; deux de ces dernières résistent à une première dose d'épreuve de $\frac{1}{10}$ de centimètre cube, mais meurent après une seconde.

III. Une injection préalable d'une quantité de germes supérieure à 10 millions ne confère pas à la souris une immunité solide : l'immunité semble être alors sensiblement en raison inverse du nombre de germes injectés.

4 souris ayant reçu une injection vaccinante de 15 millions de germes résistent à une épreuve faite avec $\frac{4}{100}$ de centimètre cube de culture, une seule résiste à $\frac{4}{10}$ de centimètre cube.

4 souris ayant reçu une injection vaccinante de 30 millions de germes résistent à l'ingestion de $\frac{4}{1000}$ de centimètre cube; elles ne résistent pas à $\frac{4}{100}$.

- IV. Une injection préalable de 150000 germes ne confère aucune immunité.
- V. Des injections successives de doses fortes de vaccin ne confèrent aucune immunité.

8 souris ayant reçu à 10 jours d'intervalle trois injections vaccinantes respectivement de $\frac{1}{2}$, 5 et 50 millions de germes meurent toutes après l'ingestion de $\frac{4}{1000}$ de centimètre cube de culture virulente.

4 souris ayant reçu 150000 germes et 15 jours plus tard 30 millions meurent toutes après avoir ingéré $\frac{1}{1000}$ de centimètre cube de culture virulente.

En résumé, les corps de microbes tués par les essences, l'essence de

moutarde en particulier, constituent des vaccins réels capables d'immuniser un animal contre une maladie à laquelle il est naturellement sensible : en l'espèce la souris contre la maladie causée par le B. typhi murium type B. Une seule injection vaccinante est suffisante pour conférer une immunité solide permettant à l'animal de résister à l'ingestion de plusieurs centaines de doses mortelles de bacilles virulents. Une injection unique ou des injections répétées d'un nombre de germes tués trop considérable ne confèrent qu'une immunité relative ou ne confèrent même aucune immunité si l'on dépasse une certaine dose.

CHIRURGIE. — Plaie du cœur par balle de shrapnell. Projectile intra-ventriculaire droit. Cardiotomie et extraction du projectile. Guérison. Note de M. MAURICE BEAUSSENAT, présentée par M. Dastre.

Le 4 mai 1915, j'ai présenté à l'Académie de Médecine (¹) un blessé à qui j'avais extrait, par cardiotomie, un éclat de grenade libre dans le ventricule droit. Ce cas était unique et démontrait, outre la tolérance parfois grande du cœur pour les corps étrangers, que la cardiotomie exploratrice était justifiée dans les corps étrangers intra-cardiaques, qu'on pouvait en espérer le succès, et que la guerre actuelle pouvait offrir l'occasion d'avoir à utiliser cette notion nouvelle.

Cette occasion s'est présentée une deuxième, fois pour moi et j'en apporte aujourd'hui un nouveau cas. Il ne semble pas qu'il en ait été publié d'autres jusqu'à ce jour. C'est ce même cas auquel le radiographe Infroit a fait allusion dans sa Communication à l'Académie de Médecine du 14 septembre 1915 (100 localisations de projectile par le compas radiochirurgical), mais en situant à tort le projectile dans l'oreillette droite, alors qu'il était dans le ventricule droit.

Voici cette observation:

Le caporal D..., 31 ans, 351° d'infanterie, blessé le 7 septembre 1914, aux Éparges, au cours d'une charge à la baïonnette, tombe aussitôt et perd connaissance. Revient à lui 24 heures plus tard dans une ambulance où il a été pansé de « plaies de la partie latérale gauche du thorax au niveau de la 7° côte et d'où l'on a extrait un morceau de cuir ». Hospitalisé à Verdun le 9 septembre, il en sort le 21 après un examen radiographique négatif, et avec le diagnostic de « péritonite ». Évacué sur Clermont-Ferrand, il y reste du 23 septembre au 11 janvier, et il en sort avec un congé de convalescence de 3 mois, avec le diagnostic de « péritonite en voie de guérison ».

⁽¹⁾ Bulletin de l'Académie de Médecine, t. 73, p. 554.

Pendant son séjour à Paris, les accidents abdominaux reparaissent et il se présente à la Place qui l'hospitalise à l'hôpital auxiliaire 259. Le diagnostic d'appendicite subaiguë s'impose, et bien que le malade se plaigne « de ne pouvoir faire trois pas sans s'arrêter pour reprendre du vent », on n'attache qu'une importance relative à son oppression, à sa dyspnée d'effort, à sa tachycardie, en raison des accidents péritonéaux relativement sérieux qu'il présente. Ceux-ci s'étant un peu amendés, D... est évacué sur l'hôpital auxiliaire 147, et y est opéré d'appendicite le 18 avril, par le D' Beaussenat. Le chloroforme a été très mal toléré, il y a eu plusieurs menaces de syncope, dont une particulièrement émouvante, et l'opération a dû être effectuée en grande partie sans anesthésie. Les suites ont été banales, et le douzième jour, le blessé revenait à l'hôpital 259. Là les symptômes ayant complètement disparu, on s'apercoit que D... accuse et présente toujours des accidents thoraciques inquiétants : dyspnée d'effort, respiration courte, difficulté de la marche, décubitus horizontal presque impossible et donnant lieu à des palpitations. Mais il n'y a pas de signes stéthoscopiques notables. Trois examens radioscopiques, pratiqués par le Val-de-Grâce, concluent à la présence d'une balle de shrapnell, dans la région précordiale, animée de mouvements synchrones aux battements du cœur, et peut-être intra-péricardique.

Après un dernier examen radiographique, et un nouveau repérage par M. Infroit, le malade est évacué le 7 septembre sur l'hôpital 147, pour y être opéré de ce projectile.

L'intervention est pratiquée par le D^r Beaussenat, le 8 septembre. Anesthésie chloroformique par le D^r Borne.

En voici les divers temps opératoires :

- 1º Thoracotomie large par taille d'un volet, à charnière externe et mise à nu du péricarde.
- 2º Ouverture verticale et exploration du péricarde. Celui-ci contient beaucoup de liquide un peu plus teinté que normalement, mais on n'y note aucune adhérence, et le projectile n'y est pas.
- 3° Exploration méthodique du cœur. La balle est découverte dans le ventricule droit, au voisinage de la pointe. La paroi ventriculaire glisse aisément sur elle.
- 4º Cardiotomie et extraction du projectile. Le cœur est extériorisé hors du péricarde, et son sommet est solidement saisi et pincé entre l'index et le médius gauche qui refoulent, emprisonnent et immobilisent vers la pointe le projectile. Deux fils de soie sont alors passés en anse, dans l'épaisseur du ventricule droit, dans le sens de son grand axe, parallèlement, et distants l'un de l'autre de 1ºm environ. L'anse la plus interne avoisine le sillon interventriculaire. Ces anses me permettent de maintenir la pointe du cœur plus extériorisée et de l'immobiliser un peu mieux. Je commande à mon aide de les écarter l'une de l'autre, et, de ce fait, la paroi ventriculaire se trouve soulevée et tendue. J'incise alors cette paroi au bistouri, prudemment, entre mes deux anses de fil à 1ºm à peine du sillon interventriculaire, au niveau même du projectile que je me hâte de saisir et d'extraire. C'est une balle de shrapnell.

L'hémorragie qui se produit alors est formidable. Mais elle est rapidement modérée par mon index et mon médius gauche qui n'ont pas abandonné l'organe et auquel le pouce vient aider en oblitérant l'orifice, cependant que les fils, passés en anse, écartés l'un de l'autre, il n'y a qu'un instant, sont ramenés l'un vers l'autre et entre-croisés.

5° Suture du ventricule. — Elle est faite à la soie, à points séparés (5 points) et très facilitée par l'entre-croisement des fils en anse. Ceux-ci sont ensuite liés ensemble et vont la renforcer.

Pendant cette dernière manœuvre, l'opérateur est constamment éclaboussé de sang, non pas tant par celui que le cœur déverse encore et qui est en réalité peu considérable, que par celui déjà épanché dans le péricarde et dans la brèche thoracique et que le cœur chasse au loin à chaque contraction.

- 6º Toilette et suture en surjet du péricarde.
- 7º Rabattement et suture du volet thoracique. Pas de drainage.

Suites opératoires. — Les suites immédiates ont été très pénibles et très inquiétantes. Pendant les six premiers jours, en effet, l'agitation a été extrême avec délire, angoisse précordiale, pouls très fréquent (120), tantôt petit et inégal, tantôt intermittent. A l'auscultation, il semblait qu'il y avait dissociation dans la contraction des deux ventricules. Un petit hématome de la paroi a donné lieu dès le troisième jour à une douleur précordiale très aiguë, qui a cessé par la désunion de la plaie au niveau d'un fil.

Enfin, il y a eu au moins trois embolies pulmonaires, toutes peu importantes d'ailleurs.

Malgré tous ces incidents, dès le quinzième jour, on pouvait considérer le malade comme hors de danger.

A noter cependant qu'il a fait, au bout d'un mois et demi, un abcès de la région lombaire droite, dont la pathogénie a échappé, et qui peut-être reconnaît aussi pour cause une embolie. Cet abcès a dû être incisé, et la suppuration en a été assez longue.

Actuellement l'état général est parfait et le malade n'accuse qu'une légère dyspnée quand il marche vite. A l'auscultation, le cœur paraît normal.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE FÉVRIER 1916.

Notice biographique sur Charles Bouchard (1837-1915), par L. LANDOUZY. Extrait de la Revue de Médecine, 34° année, nºs 8-9, p. 553-558. Paris, Alcan, 1916; 1 fasc. in-8°. (Présenté par l'auteur.)

Le Cinquantenaire, à l'Académie de Médecine, de la démonstration expérimentale, par J.-A. Villemin, de la virulence spécifique et contagieuse de la tuberculose, par L. Landouzy. Extrait de La Presse médicale (n° 60, du 9 décembre 1915). Paris, Masson et Cie, 1915; 1 fasc. in-8°. (Présenté par l'auteur.)

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier, Prince souverain de Monaco, publiées sous sa direction avec le concours de M. Jules Richard. Fascicule XLVII: Mollusques euptéropodes (Ptéropodes Thécosomes), provenant des campagnes des yachts Hirondelle et Princesse-Alice (1885-1913), par A. VAYSSIÈRE. Imprimerie de Monaco, 1915; 1 vol. in-4°. (Présenté par S. A. S. le Prince de Monaco.)

The danish Ingolf-Expedition, Vol. III, Part 4; contents: CARL WITH, Copepoda I. (Published at the cost of the Government by the Direction of the Zoological Museum of the University.) Copenhagen, H. Hagerup, printed by Bianco Luno, 1915; 1 vol. in-4°.

Un projet d'atlas de la France. L'Institut géographique et statistique d'Espagne, par E. Doublet Extrait de la Revue philomathique de Bordeaux et du Sud-Ouest, XVIIIe année, nos 5 et 6, 1915. Bordeaux, Gounouilhou; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

Nova Caledonia. Recherches scientifiques en Nouvelle-Calédonie et aux Iles Loyalty, publiées sous la direction de Fritz Sarasin et Jean Roux. A. Zoologie, Vol. II, liv. II. Wiesbaden, C. W. Kreidels Verlag, 1915; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

(A suivre.)